系统班答案汇总

公考通网校

www.chinaexam.org

目录

一、言语理解与表达

（一）言语的解题原则

1~5 DCDCD　　6~10 BACAD

（二）言语的上下文关系

1、因果关系

1~4 DBBC

2、转折关系

1~4 AACC

3、并列关系

1~4 ACAC

4、递进关系

1~4 BCBB

5、解释说明关系

1~4 AABB

（三）逻辑填空——提示信息的抓取

1~5 ADBCB　　6~10 ABDDC　　11~15 DDCBB

（四）逻辑填空——词义的辨析

1~5 BACAB　　6~10 BBBCB　　11~15 DCADD

（五）片段阅读——主旨题

1~5 ACBDA　　6~10 DBDAB　　11~16 ADDDCB

（六）片段阅读——细节判断

1~5 ADBDC　　6~10 CCBBA　　11~12 DB

（七）片段阅读——填充文段

1~5 CBDDC　　6~10 DACAA　　11~12 AD

（八）片段阅读——补充下文

1~5 ADDCB　　6~11 CBACDB

（九）片段阅读——排序

1~5 DDBBD　　6~10 BDCBC　　11~16 DABCDB

（十）文章阅读

【例 1】1~5 AACCD　6~10 CBDBA

【例 2】1~5 ADBAC

二、判断推理

（一）定义判断

1~5 DBAAD　6~10 DCCAB　11~15 CDBCD　16~20 ADCBA　21~22 BB

（二）类比推理

※ 集合关系

1~5 BDDDA　6~10 DCACD　11~15 ACBBA　16~19 DDCB

※ 逻辑关系

1~5 BBCCC　6~10 BCCCB　11~14 AAAA

※ 语义语法关系

1~5 DDCBB　6~10 ABABB　11~13 BCD

※ 解题技巧

1~5 ACCDD　6~10 AAADC　11~12 DA

（三）图形推理

一、图形推理的解题原则

1~5 AACAC

二、位置类考点

1~5 ADCCB　6~10 ABADA

三、叠加组合类考点

1~5 DBCBC　6~10 CBCCA

四、数量类考点—区间、线、点

（一）封闭区间

1~5 ACDCB　6~10 BABBD

（二）线

1~5 ADDAA　6~9 CADB

（三）点

1~5 CAABC　6~10 CDCDD

五、数量类考点—角、笔画、部分数

（四）角

1~5 BBADD

（五）笔画数

1~5 BDCBC　　6~7 BD

（六）部分数

1~6 ABBCCB

六、元素类考点

1~5 DABCD　　6~10 CDBBA　　11~15 BBBAD

七、对称考点

1~5 DCBDC　　6~10 BADCD

八、空间位置组合关系考点

1~5 DCBAB　　6~10 DACAC

九、立体—折叠（六面体、多面体）

（一）正六面体

1~5 CCBBD　　6~11 ACCADD

（二）多面体

1~5 DCAAD　　6~7 CA

十、立体—视图

1~5 BBABC　　6~8 DBC

十一、立体—截面

1~5 CADCD　　6~10 DBDDD

十二、立体—拼图

1~5 BCAAD　　6~8 DDC

十三、平面拼图

1~5 DDABB　　6~10 CCBAD

十四、立体—折叠（四面体）

1~5 BDAAB　　6~9 ABDA

（四）逻辑判断

（一）直言命题

1~3 CCA

（二）联言命题和选言命题

1~3 BBD

（三）命题翻译推理

1~5 DCACD　　6~9 DDDB

（四）信息匹配

1~5 CCBBC 6~9 CACD

（五）材料推理

1~5 BDADA 6~9 ABBC

（六）真假命题

1~5 BBDBD 6~10 CDDBD

（七）结论推出题

1~5 DBADD

（九）削弱论证类

1~5 CDDCD 6~10 ADBDB

（十）加强论证类

1~5 ABBAB 6~10 DCADC 11~15 BDCAB

（十一）结构评价

1~5 BACDC

三、资料分析

第二章 计算能力培养及训练

第一节 尾数法

（一）尾数法

AACC

（二）真题训练

CCBDC

第二节 首数法

（一）首数法

CAA

（二）真题训练

DABCBBCCB

第三节 特征数字法

（一）特征数字

CCACD

（二）真题训练

CBABCCB

第四节 反算法

（二）真题训练

CCCB

第五节 有效数字法

（一）有效数字法

BCCA

（二）真题训练

BCABCC

第六节 比较大小

（一）分数比较大小

<<<<><<

（二）乘法比较大小

<>>

（三）真题训练

C √ AAA

第三章 模块能力提升

第一节 基期值

DBBB

第二节 增长量

BACB

第三节 增长率

BBDDBC

第四节 比重

BBCABADABCC

第五节 平均数

CBAACA

第六节 倍数

CB

四、数量关系

（由于这部分内容难度较大，故提供详解）

第一章 数学运算题型精讲

第一节 基础运算问题

【例 1】培训的员工总数为 369+412=781，因为要求每批人数相同，所以将 781 因数分解：781=71×11，又要求批次尽可能少，所以 11 为批次数。已知有且仅有一批培训对象同时包含来自 A 和 B 部门的员工，所以只有一批 71 人由两个部门组合而成，其余每批 71 人均来自同一部门。B 部门的员工可分为：412÷71=5（批）…57（人），所以同时包含来自 A 和 B 部门的那批员工中有 57 人来自 B 部门。因此 C 项当选。

【例 2】将 1764 进行因数分解，可得 1764=2×2×3×3×7×7，因为“每一箭的环数是不超过 10 的自然数”，所以 7 不能再和其他因数相乘，因此甲乙都各有两个 7 环，剩余三箭的环数的乘积=2×2×3×3=36，则一共有五种情况：

其中两箭环数	另外三箭环数	环数和
7、7	4（2×2）、3、3	24
7、7	2、6（2×3）、3	25
7、7	6（2×3）、6（2×3）、1	27
7、7	2、2、9（3×3）	27
7、7	4（2×2）、9（3×3）、1	28

其中只有当环数和为 28 和 24 的时候，可以满足“乙的总环数比甲的少 4 环”的条件。故正确答案为 C 项。

【例 3】五位数字连乘之积等于 1764，因数分解 1764=2×2×3×3×7×7，结合四个选项中均有 2 个数字 7，可知其余三个数字之积=2×2×3×3，则此三个数字可以有（1，4，9）、（1，6，6）、（2，2，9）、（2，3，6）、（3，3，4）这 5 种情况，上述 5 种情况的数字之和分别为 14、13、13、11、10，只有 14 比 10 大 4，由于甲的工号五位连加之和比乙的大 4，则乙的工号由（3，3，4，7，7）五位数字组成，只有 D 项符合要求。故正确答案为 D 项。

【例 4】由题意可得，编号是楼层的整数倍就可以拿到特别的号牌，而到达终点后只有三个特别的号牌，说明编号除了 1 与其本身，只有一个约数，那么该编号只能是一个平方数，50 以内满足 3 个约数的平方数分别为 4、9、25、49，共 4 个数。即正好持有 3 个特别号牌的选手有 4 人，B 项当选。

二、数列与平均数问题

（一）数列问题

1、基本公式考核

【例 1】（由三个自然数成等差数列且公差为 20，可设三个数分别为 x-20、x、x+20。根据其和为 4095，可得 x-20+x+x+20=4095，解得 x=1365，故三个数中最大的是 x＋20＝1385。故正确答案为 C 项。

【例 2】每人抢到的红包金额为 100 元可知三人所发红包总金额为 300 元，且金额第二多的红包即平均数 100 元。那么想要最大的红包面额最多，需要最小的红包面额最小，最小为 1 元，那么最大为 300-100-1=199（元）。故正确答案为 C 项。

【例 3】平均分既是等差数列又是等比数列，考虑公差为 0、公比为 1，即第 7、8、9 名分数相同，设第 7、8、9 名的平均分为 x，第 10 名张龙的平均分为 x-1，张龙英语成绩实际为 121 分，若按 112 算相当于少算了 9 分，那么平均分少算了 3 分，则张龙的实际平均分应该为 x-1＋3＝x＋2，前七名的三科平均成绩构成公差为 1 的等差数列，从高到低分别为 x+6，x+5，x+4，x+3，x+2，x+1，张龙可以排到并列第五名。故正确答案为 B 项。

2、技巧考核

【例 1】因为 a_n 为等差数列，所以设 $a_n=a_1+(n-1)d$，代入 $a_3+a_7-a_{10}=8$ 和 $a_{11}-a_4=4$ 中，列方程组,解得 $a_1=\frac{60}{7}$，$d=\frac{4}{7}$。因此 $S_{13}=na_1+\frac{n(n-1)d}{2}=13\times\frac{60}{7}+\frac{13\times12\times\frac{4}{7}}{2}=156$。故正确答案为 C 项。

【例 2】B。根据题意可知，第一排座位个数是：$a_1=a_n-(n-1)\times d=70-(25-1)\times2=22$（个）；因此剧场中一共有座位：22+24+26+…+68+70=（22+70）×25÷2=1150（个），这个剧场一共有座位 1150 个。故正确答案为 B 项。

【例 3】如图所示，第 1 行有 1 个数，第 2 行有 2 个数，第 3 行有 3 个数……，则第 20 行有 20 个数，且从第 2 行开始，每一行中后项均比前项大 2，构成公差为 2 的等差数列。且观察发现，每一行最后一个数均为平方数，$1=1^2$，$4=2^2$，$9=3^2$，$16=4^2$……，则第 20 行的最后一个数为第 $20^2=400$，第 20 行的第一个数为 $400-(20-1)\times2=362$，则第 20 行所有数的和=$\frac{首项+末项}{2}\times项数=\frac{362+400}{2}\times20=7620$。故正确答案为 D 项。

3、等差数列特殊考点——自然数列

【例 1】6 个连续自然数的和为 141，则中间值为 23.5，即第三项为 23，则第一页为 21 日。故正确答案为 B 项。

【例 2】由题干题意可得，各家门牌号为从 1 开始的连续自然数列。又已知“胡同里各家门牌号之和减去小李家门牌号等于 85”，设小李家门牌号为 x，一共有 y 家，则 $\frac{(1+y)y}{2}-x=85$，化简得：（1＋y）y＝170＋2x，即（170＋2x）能够分解为两个连续自然数的乘积，代入选项验证，只有当 x＝6 时，可得 170＋2x＝182＝13×14 所以小李家门牌号是 6。故正确答案为 B 项。

【例 3】D。考虑拆分的奇偶性，2 的五次幂必须是个整体，不能拆开。

（二）平均数问题

【例 1】第四场为 72 分，且是第三场的 0.9 倍，则第三场得分为 72÷0.9＝80（分）。前两场场均得分为第三场的 $\frac{3}{4}$，即 80×$\frac{3}{4}$＝60（分）。四场比赛的平均得分为 $\frac{60\times2+80+72}{4}=68$（分）。故正确答案为 C 项。

【例 2】方法一：赋值总选手为 4 人，那么获得参赛资格的选手为 $4\times\frac{1}{4}=1$（人）。设选拔的规定时间为 t 秒，由题意有 1×（t-6）+3×（t+10）=4×140，解得 t=134。

方法二：设本次选拔的规定时间为 x 秒，选手总人数为 4y 人，则获得参赛资格的有 y 人，未获得参赛资格的有 3y 人，根据线段法“距离与量成反比”，可得距离之比=$\frac{140-(x-6)}{(x+10)-140}=\frac{3y}{y}=3$，解得 x=134。

故正确答案为 C 项。

【例 3】设甲、乙、丙的身高分别为 x、y、z，根据题意可知：$\frac{x+y}{2}+z=258$，$\frac{y+z}{2}+x=238$，$\frac{x+z}{2}+y=230$。将三个方程相加可得：$x+y+z=363$，则这三个小朋友的平均身高为 $363\div3=121$（cm）。因此 C 项当选。

三、和差倍比问题

【例 1】方法一：公式法。已知两块布料同样长，第一种布料卖出的比第二种多，因此第一种布料剩下的比第二种少，且少了 25－12=13（米）。又由题干可知，第一种布料剩下的长度是第二种布料剩下长度的一半，即第二种布料剩下的长度是第一种布料剩下长度的 2 倍。根据差倍问题的常用公式可求出第一块布料的剩下长度为 13÷（2－1）=13（米），第二块布料剩下的长度为 13×2=26（米）。因此这两种布料原来共有 13+25+26+12=76（米）。

方法二：方程法。已知两种布料同样长，设原来两种布料均为 x 米，则由题意可列方程 2（x－25）=x－12，解得 x=38，所以两种布料原来一共有 38×2=76（米）。

因此 D 项当选。

【例 2】根据题干条件可知，甲+乙=丙+丁①；甲－乙=240，即甲=乙+240②；丁－丙=160，即丁=丙+160③。将②③代入到①中，可得：2 乙+240=2 丙+160，化简得：丙－乙=40（件），即与丙相比，乙少 40 件。故正确答案为 A 项。

（二）比例问题

【例 1】设音乐系有 x 人，美术系有 y 人，根据题意可知音乐系与美术系各系的男、女生人数之比，又知音乐系与美术系男生之和占总人数的 30%，则可得：$\frac{x}{4}+\frac{2y}{5}=0.3\times(x+y)$，解得 2$y$=$x$，故 x∶y=2∶1。因此 D 项当选。

【例 2】假设参赛总人数为 x，则南区参赛人数为$\frac{x}{4}$，南区获奖人数为$\frac{1}{9}\times\frac{x}{4}=\frac{x}{36}$，因人数须为正整数，则 x 应为 36 的整数倍，结合选项，只有 D 项满足。因此 D 项当选。

四、周期问题

【例 1】B。由题意可知，5 天为一个周期，可收到 2＋3＋3＋1＋1＝10 篇学习心得，12 周为 7×12＝84 天，共 84÷5＝16 周期……4 天，支部共收到 10×16＋2＋3＋3＋1＝169 篇学习心得。故正确答案为 B 项。

【例 2】C。红绿两色的涂色情况如图所示：

<table>
<tr><td colspan="4">红</td><td colspan="4"></td><td colspan="4">红</td><td colspan="4"></td><td colspan="4">红</td></tr>
<tr><td colspan="5"></td><td colspan="5">绿</td><td colspan="5"></td><td colspan="5">绿</td></tr>
</table>

绿色与红色重叠部分共有 2 段。故正确答案为 C 项。

【例 3】在满足两侧栽种要求的情况下，要使银杏树栽种得最多，就最先栽种这种树，即第 1 棵种植银杏树。其中一侧按照“银、银、银、梧……”循环，35÷4=8……3（棵），共有 8×3+3=27（棵）银杏树。另一侧按照“银、梧、梧、梧、梧……”循环，35÷5=7，则共有 7 棵银杏树。故两侧最多共栽种了 27+7=34（棵）银

杏树。因此 B 项当选。

第二节 工程问题

题目展示：【解析】此题给出了工作总量和工作时间，虽涉及到两个工程队的工作效率，但彼此之间有关联，可直接列方程求解。设乙队每天所修公路的长度为 x 千米，则甲队每天所修的公路长度为（x-50）千米。由题干已知条件可列方程：（x-50）×3+（x+x-50）×6=2100，解得 x=170。因此 D 项当选。

一、题目简单，直接计算

【例 1】A。设每名采茶工的效率均为 1，则前 4 天完成了 4×20＝80 的工作量，所以总量为 80×5＝400，还剩 400－80＝320 的工作量。需要 10 天采完，每天需要 320÷10=32 名采茶工，还需要增加 32－20＝12（名）。故正确答案为 A 项。

【例 2】D。根据题意，赋值工作总量为 200 和 300 的最小公倍数 600，则甲队的效率 $=\frac{600}{200}=3$，乙队的效率 $=\frac{600}{300}=2$。甲、乙两队共同施工 60 天完成的工作量=（3+2）×60=300，则剩余任务的工作量=600-300=300，则乙队单独完成剩余任务还需 $\frac{300}{2}=150$ 天，故完成该项目共需 $60+150=210$ 天。故正确答案为 D 项。

二、例方程来求解

【例 1】A。方法一：根据甲乙丙各部门植树的数量相同，丙＝乙－4，10×甲=12×乙+2×甲=15×丙+2×甲，代入得 12 乙＝15（乙－4），解得乙＝20，那么丙=16，甲=30。

方法二：根据题意可列方程组：10×甲=12×乙+2×甲①，12×乙=15×丙②，联立①②可得甲：乙=3:2，乙：丙=5:4，丙比乙少一份对应丙部门每天植树的数量比乙部门少 4 棵，可得乙每天植树 20，则甲每天植树 $\frac{20}{2}\times 3=30$ 棵。

故正确答案为 A 项。

【例 2】B。设原计划完成任务需要 x 天，根据题意可得，560x=（560+80）×（x-3）+320，解得 x=20，则工程总量=560×20=11200 米。如果要提前 6 天完成，则需要 20-6=14 天，每天需修 $\frac{11200}{14}$=800 米，则每天比计划多修 800-560=240 米。故正确答案为 B 项。

【例3】C。设每天甲、乙车间分别生产口罩x、y只，可列方程组8x+8y=30000①，2x+3y=10000②，联立①②解得x=1250，y=2500，若每天甲乙两个车间分别加班三小时和两小时，则两个车间每日共生产口罩 $(8+3)\times 1250+(8+2)\times 2500=38750$ 只=3.875万只。则生产62万只口罩，所需的时间为62÷3.875=16天。故正确答案为C项。

【例 4】B。设甲的效率为 a、乙的效率为 b，工程总量=（a+b）x=（1.5a+b）（x－2）=（a+4b）（x－4），依次代入选项：A 项，工程总量为 6（a+b）=4（1.5a+b），解得 b=0，不符合题意，排除；B 项，工程总量为 8（a+b）=6（1.5a+b）解得 a=2b，总量=24b=（8-4）×（a+4b），符合题意。故正确答案为 B 项。

【例 5】B。设两条生产线的生产效率均为 1，已知乙订单由其中一条生产线经 y 天完成，则 n=1×y=y。又已知甲订单先由两条生产线合作 x 天，再由一条生产线生产 y 天，最终再由两条生产线继续合作 x 天，则 5n=2×x+1×y+2×x=4x+y。联立两式，可得：5y=4x+y，化简得：x=y。故正确答案为 B 项。

三、抓定量，找正反比关系，赋值后求解

【例】A。根据题意，A、B、C 三条生产线工作效率之比为 2：3：1。赋值 A、B、C 的效率为 2、3、1，工程总量为（2＋3）×8=40，A 和 B 生产两天后又投产了 C，前两天完成的工程总量为 5×2=10，剩余的工程总

量为 30，还需要的时间为 30÷（2＋3＋1）=5（天）。一共需要的时间为 5+2=7（天），8-7＝1（天），则可以提前一天完成。故正确答案为 A 项。

第二种考核形式：抓定量，找正反比关系，再赋值

【例 1】B。根据 12（甲+乙）=20 甲，解得甲：乙=3：2，赋值甲的效率为 3、乙的效率为 2，工作总量为 60。甲队先干 5 天，完成的工作量为 15；甲、乙合作 3 天，完成的工作量为 15；剩余工作量为 60-15-15=30，乙队单独完成还需要 30÷2=15 天，工程完成共需要 5+3+15=23 天。8 月 15 日开始施工，即 8 月共工作 17 天，9 月还需工作 23-17=6 天，则工程完成的日期是 9 月 6 日。故正确答案为 B 项。

【例 2】D。赋值该工程的工作总量为时间 50 天、80 天的公倍数 400，则甲工程队的效率 $P_{甲}=\frac{工作总量}{时间}=\frac{400}{50}=8$，乙工程队的效率 $P_{乙}=\frac{工作总量}{时间}=\frac{400}{80}=5$，由甲、乙工程队合作 20 天后，乙、丙工程队继续合作 12 天完成工程可知：400=（8+5）×20+（5+P $_{丙}$）×12，推得 $P_{丙}=\frac{20}{3}$，则丙工程队单独完成此项工程需要时间 $=\frac{工作总量}{效率}=\frac{400}{\frac{20}{3}}=60$ 天。故正确答案为 D 项。

【例 3】C。根据甲乙速度比为 3∶2，赋值甲乙的速度分别为 3 和 2，设工程总量为 10x，当两人共同完成总任务的一半时，甲完成了 3x、乙完成了 2x，之后甲的速度变为 3×（1-20%）=2.4、乙的速度变为 2×（1+20%）=2.4，当甲完成总量的一半时，甲又完成了 2x，由于甲乙效率相同，乙也完成了 2x，此时已完成了 9x，还剩 x 的工作量为 100 个零件，这批零件总数为 10x=1000（个）。故正确答案为 C 项。

【例 4】C。设小王原来的效率为 x，小张原来的效率为 y，提升后小王的效率为 2x。原来小张比小王多做 50 件，而最后小王做的总数比小张多 50 件，说明第二次小王比小张多做 100 件。可列方程组：2x＋y＝400①，2x－y＝100②，联立①②解得 x＝125，y＝150。设第一次用时为 t，150t－125t＝50，解得 t＝2，那么一小箱商品有（150＋125）×2－400＝150（件）。故正确答案为 C 项。

【例 5】B。根据题意，赋值甲、乙、丙的效率分别为 5、4、3；设工程总量为 60x，根据“时间=工程总量÷效率”，则甲、乙单独实施该工程的天数分别为 12x、15x。单独实施该工程，丁比甲多 4 天，比乙少 5 天，则乙用时比甲多 5+4=9 天，即 15x-12x=9，解得 x=3，则工程总量为 60×3=180，丁单独实施该工程的时间为 12x+4=40 天，则丁的效率为 180÷40=4.5。四个队共同实施，需要 180÷（5+4+3+4.5）≈10.9 天，不足 1 天的部分算 1 天，即共需 11 天。故正确答案为 B 项。

【例 6】A。赋值一个订单的工作量为 60，则赵师傅效率为 60÷20=3、钱师傅效率为 60÷20=3、孙师傅效率为 60÷15=4、李师傅效率为 60÷12=5。由于同时开始，同时结束，因此在三个订单完工过程中，四个人始终在工作，则完工时间=$\frac{工作量之和}{效率之和}=\frac{60\times3}{3+3+4+5}=\frac{180}{15}=12$ 小时。设赵协助钱师傅小时，根据钱负责的订单工作进程可列方程为 12×3+3x=60，解得 x=8。故正确答案为 A 项。

【例 7】B。由 12 天后甲车间完成总任务的 10%，可得甲车间完成任务需要 120 天，由 12 天后乙车间完成总任务的 15%，可得乙车间完成任务需要 80 天，赋值工程总量为 240，那么甲车间的效率为 2，乙车间的效率为 3，合作 12 天完成（2＋3）×12＝60，工程还剩 240-60＝180，计划 42 天完成，还剩 42-12＝30（天），乙车间设备整修时的效率为 3×80%＝2.4。则丙的效率=$\frac{180}{30}-2-2.4=1.6$，那么丙车间的产能是甲的 $\frac{1.6}{2}$ ＝80%。故正确答案为 B 项。

【例 8】C。甲的效率比乙高 25%，即甲、乙效率比为 5：4，赋值甲的效率为 5，乙的效率为 4，又因为丙的效率比甲高 40%，丙的效率为 5×（1+40%）=7。根据题干，工作总量=3 甲+18（甲+乙）=3×5+18×（5+4）=177。若 3 台收割机同时开始工作，用时为 $\frac{177}{5+4+7}=\frac{177}{16}=11\frac{1}{16}$ 小时，介于 10～12 小时之间。故正确答案为 C 项。

【例 9】D。甲、乙共同完成 A 订单，生产时间一致则生产总量与生产效率成正比，即 3：4。甲完成了 3 份，乙完成了 4 份，由题意差的一份是 250，可知 A 订单一共（3+4）×250=1750（个）。同理，乙、丙共同完

成 B 订单，生产时间一致则生产总量与生产效率成正比，即 4：5，乙完成 4 份是 720，一份是 180，B 订单总量是（4+5）×180=1620（个）。A 比 B 多 1750-1620=130（个）。故正确答案为 D 项。

第三种考核形式：比例解题，在工程问题上综合上经济等其它知识点

【例1】C。赋值工程总量为120，甲的效率为2、乙的效率为3，甲每天费用为$\frac{144}{60}$＝2.4万元、乙每天费用为$\frac{158}{40}$＝3.95万元，甲完成1的工作量费用为$\frac{2.4}{2}$=1.2万元、乙为$\frac{3.95}{3}$≈1.32万元，要想费用尽可能少，应尽量多用甲。甲工作30天完成30×2＝60的工作量，剩余60由乙完成需要60÷3＝20天，总费用为2.4×30＋3.95×20＝151（万元）。故正确答案为C项。

【例2】A。根据甲、乙、丙三个公司完成工作时间分别为3天、4天和12天，可赋值工作总量为12，可求出三个公司效率分别为甲=4，乙=3，丙=1。要求在2天内完成且费用最少，因此应该安排效率高且费用低的公司完成。已知三个公司每天的费用分别为1000元、850元、350元，因此可先算每个公司做每一个工作量的费用，甲为$\frac{1000}{4}=250$元，乙为$\frac{850}{3}$元，丙为350元，因此应该让甲做2天，乙和丙各做1天完成。可得工作总量为4×2+3×1+1×1=12，恰好可以在2天内完成。故总费用为1000×2+850×1+350×1=3200（元）。因此，A项当选。

四、特殊题型——两个队伍做两项工程

1、黄金搭档类型

【例】要使完工总时间最短，则应让每个工程队干自己擅长的项目，即耗时较短的项目。故甲负责 B 项目（甲 7 天优于乙 9 天），乙负责 A 项目（乙 11 天优于甲 13 天）。当甲队第 7 天完成项目 B 后，为了确保用时最短，甲继续与乙队合作完成剩下的 A。赋值 A 的任务量为 143（11 和 13 的公倍数），则甲的效率为 143÷13＝11，乙的效率为 143÷11＝13，则甲乙共同工作$\frac{143-7\times13}{11+13}=\frac{13}{6}$天，则最后一天共同工作$\frac{1}{6}$天。故正确答案为 D 项。

2、猪队友类型

【例】小王制作甲乙两种部件的相对效率比为 150：75=2：1；小刘制作甲乙两种部件的相对效率比为 60：24=2.5：1。可以推出小刘制作甲部件的相对效率要高，故让小刘制作甲，10 天可制作 60×10＝600 件。而小王做 600 件乙需要$\frac{600}{75}=8$天。剩余两天，小王可用$\frac{2}{3}$天来制作甲部件，可做$150\times\frac{2}{3}=100$个，剩下的$\frac{4}{3}$天制作乙部件，同样可做$75\times\frac{4}{3}=100$个。因此 10 天时间两人一共可做 600+100=700 件。故正确答案为 C 项。

【真题】

【例 1】A。如下表所示，假设乙生产线生产 A 产品的效率为 y，生产 B 产品的效率为 1，则甲生产线生产 A 产品的效率为 2y，生产 B 产品的效率为 3。设两种零件的任务总量 X 为 30。

	A 产品	B 产品
甲生产线效率	2y	3
乙生产线效率	y	1
任务量	30	30

由于甲生产线生产 B 产品效率相对较高，要想二者合作时间短，则让甲生产线生产 B 产品，乙生产线生产 A 产品。甲生产线完成 B 产品用时为 30÷3=10，此时乙生产线完成了 A 产品 10y 件。剩余的（30－10y）件由甲、乙生产线合作完成，需用时$\frac{30-10y}{2y+y}$。甲生产线完成 A 产品$\frac{30-10y}{2y+y}\times2y=1.5X-X=0.5X=15$，解得 y=$\frac{3}{4}$，$\frac{y}{1}=\frac{3}{4}$，即乙在单位时间内生产 A 的件数是生产 B 件数的$\frac{3}{4}$倍。故正确答案为 A 项。

【例 2】B。要想时间最少，需要找到两人更擅长哪个案件。对于张警官来说，梳理甲、乙案件所用时间之比=2：8=1：4，对于王警官来说，梳理甲、乙案件所用时间=1：6，王警官梳理甲案件更有优势，因此优先让王警官梳理甲案件，张警官梳理乙案件，1 小时后王警官梳理完甲案件再和张警官一起梳理乙案件；赋值乙案件工作总量为 24，则张警官完成乙案件的效率是 24/8=3，王警官完成乙案件的效率是 24/6=4。1 小时之后两个人合作还需要的时间为（24-3）/（3+4）=3 小时。因此完成两项工作共需要 1+3=4 小时。故正确答案为 B 项。

【例 3】A。统一时间单位，两人 56 天可以制作一车工艺品 A，由乙单独完成需 280 天；由甲单独完成一车工艺品 B 需 210 天。赋值一车工艺品 A 的量为 280，那么乙的效率为$\frac{280}{280}=1$，两人的效率和为$\frac{280}{56}=5$，则甲的效率为 5-1=4。赋值一车工艺品 B 的量为 420，那么甲的效率为$\frac{420}{210}=2$，两人的效率和为$\frac{420}{60}=7$，则乙的效率为 7-2=5。

A、B 各占一半的一车工艺品的量分别为 140，210。甲做工艺品 A 需要$\frac{140}{4}=35$（天），而与此同时乙已做工艺品 B 的量为 5×35＝175，那么工艺品 B 还剩 210－175＝35，甲乙还需合作$\frac{35}{5+2}=5$（天），共计需要 35＋5＝40（天）。故正确答案为 A 项。

五、考核技巧上的变化

（1）先后合作型

【例 1】已知由甲队或乙队单独施工分别需要 20 天和 30 天，则赋值工作总量为 20 和 30 的最小公倍数 60。那么甲队的工作效率为 3，乙队的工作效率为 2。由题干可知甲队先单独施工了 10 天，则完成工作量为 10×3=30，剩余工作量为 60－30=30。已知剩余工作量由甲、乙合作完成，则所需时间为 30÷（3+2）=6（天）。因此工程从开始到结束共用时 10+6=16（天）。故正确答案为 B 项。

【例 2】根据题意，甲、乙、丙三者的效率满足以下关系：2×乙=甲+丙①；3×（甲+乙）+7×（乙+丙）=7×（甲+乙+丙）②。②式整理可得：3 乙=4 甲，即甲：乙=3：4。赋值甲=3，乙=4，代入①式可得：丙=5。则 B 工程的工作总量为 5×10=50，如由甲、乙共同完成需要 50÷（3+4）=$7\frac{1}{7}$（天），即 7 天多。故正确答案为 C 项。

（2）中途休息型

【例 1】赋值工作总量为 30 和 25 的最小公倍数 150，则甲的效率为 5，乙的效率为 6。甲单独工作 4 天，完成工作量为 4×5=20，剩余工作量为 150-20=130。工程共 19 天，乙做了 15 天，完成的工作量为 15×6=90，则甲后来做了 130-90=40，时间为 40÷5=8（天），故甲休息 19-4-8=7（天）。因此 D 项当选。

【例 2】根据“甲组单独制作需要 10 小时，乙组单独制作需要 15 小时”，10 和 15 的最小公倍数为 30，而后面有具体的朵数“300 朵”，所以这里只设总量为 30 是不合适的，因此赋值花的总量为 $30x$，则甲的效率为 $3x$，乙的效率为 $2x$。乙组休息 1 小时 40 分钟即$\frac{5}{3}$小时，相当于甲先单独干了$\frac{5}{3}$小时，完成的工程量为$\frac{5}{3}\times 3x=5x$，剩余工程量甲、乙合作需要$\frac{30x-5x}{3x+2x}$=5（小时），则甲总共完成的工程量为 $5x+5\times 3x=20x$，乙完成的工程量为 $5\times 2x=10x$，甲实际比乙多做 300 朵，即 $20x-10x=10x=300$，则 $x=30$，则这批花总共有 $30x=30\times 30=900$（朵）。因此 B 项当选。

（3）提前或延期型

【例 1】**方法一：**设该项工程规定的工期为 x 天，并且赋值该工程的总工作量为 1。根据工作效率$=\frac{工作总量}{工作时间}$，则甲队每天的效率为$\frac{1}{x+9}$，乙队每天的效率为$\frac{1}{x+16}$，可列方程$\frac{1}{\frac{1}{x+9}+\frac{1}{x+16}}=x$，进一步化简得到 $x^2=16\times 9$，解得 $x=12$，因此 C 项当选。

方法二：设规定的工期为 x 天，已知两队合作恰好如期完成，那么甲队超出 9 天的任务量=乙队 x 天的任务量，乙队超出 16 天的任务量=甲队 x 天的任务量，所以 9 甲=x 乙，x 甲=16 乙，化简可得 $x^2=16\times9$，解得 $x=12$，因此 C 项当选。

方法三：已知乙队做完的时间比甲队要久，那么可得甲队的效率大于乙队。假设规定的工期为 x 天，甲队多做 9 天的任务量乙队需 x 天完成，则 $x>9$，只有 C 项满足，当选。

【例 2】由题意可得，甲单独挖 5 小时的工作量=甲、乙一起挖 8-5=3（小时）的工作量。所以可设甲和乙的工作总效率为 5；甲的工作效率为 3，那么乙的工作效率为 5-3=2。甲、乙合作 8 小时，工作总量为 5×8=40，因此乙单独干需要 40÷2=20（小时），D 项当选。

（4）交替合作型

【例 1】甲和乙所用时间比为 4：3，那么甲、乙的效率比为 3：4，因此可设工作总量为甲工作时间 16 小时和乙工作时间 12 小时的最小公倍数 48。甲、乙两人轮流做，就是两小时为一个周期。甲、乙一个周期的效率为 3+4=7，48÷7=6……6，此时所用时间为 2×6=12（小时）。剩余的 6 份工作量则是甲做完 3 份，花费 1 小时，乙接着做 3 份结束，乙每小时可以做 4 份，则做 3 份就是 $\frac{3}{4}$ 小时，因此完成工作需要花费时间为：$12+1+\frac{3}{4}=13\frac{3}{4}$（小时），即 13 小时 45 分钟，因此 B 项当选。

【例 2】由题意可得甲、乙、丙单独完成工作分别需要 96 个小时、90 个小时、80 个小时，可假设工程总量为三人所用时间的最小公倍数 1440，则甲、乙、丙的效率分别为 $\frac{1440}{96}$=15、$\frac{1440}{90}$=16、$\frac{1440}{80}$=18，设 3 天为一个周期，一个周期中共计完成工作量=（15+16+15+18+16+18）×8=784，还剩下 1440-784=656，不到一个周期。第四天甲、乙合作共完成（15+16）×8=248，第五天甲、丙合作共完成（15+18）×8=264，还剩下 656-248-264=144，第六天由乙、丙完成。则甲共工作了 4 天，每天工作 8 小时，共计 32 小时。因此 D 项当选。

第三节 溶液浓度问题

一、常规的溶液问题

【例 1】方法一：原来糖水的浓度为 20%，现在糖水的浓度=$\frac{糖质量}{糖水质量}=\frac{200\times20\%+6}{200+60+24}=\frac{46}{230}=20\%$，与原来糖水浓度相等，此时糖水与原来相比一样甜。

方法二：原来糖水的浓度为 20%，新加进去的糖与水组成糖水的浓度=$\frac{6}{6+24}$=20%，则混合后的糖水浓度也为 20%，与原来糖水浓度相等，此时糖水与原来相比一样甜。

故正确答案为 C 项。

【例 2】由$浓度=\frac{溶质}{溶液}$，则$溶质=溶液\times浓度$。原来浓度为 4%的 250 克食盐水中食盐的含量为 250×4%=10 克；添加 10 克食盐，再蒸发掉 160 克水，则此时食盐含量为 10+10=20 克，溶液为 250+10-160=100 克，则浓度$=\frac{20}{100}=20\%$。故正确答案为 C 项。

【例 3】方法一：设剩余的白糖为 x 千克，根据浓度公式，$\frac{20\%\times12+x}{12+x}=25\%$，解得 $x=0.8$，原来溶解的白糖有 20%×12=2.4（千克），则购买白糖花了 15×（2.4+0.8）=15×3.2=48（元）。因此 B 项当选。

方法二：由题意可知，最后的糖水总量大于 12 千克，故含糖总量大于 12×25%=3（千克），买糖花费大于 3×15=45（元），结合选项，只有 B 项满足，当选。

二、不变量型

（一）溶质不变型

【例 1】设甲盐水浓度为 m，乙盐水的浓度为 n。浓度＝溶质/溶液，根据题意，可得 $\frac{n\times X+m\times X}{X+X-X}=Zn$，化简得 n＋m＝Zn，解得 $\frac{n}{m}=\frac{1}{Z-1}$，故乙盐水的浓度是甲盐水的 $\frac{1}{Z-1}$ 倍。故正确答案为 B 项。

【例 2】由题意可得，现在溶液质量为 40×16%÷20%＝32（千克），则应蒸发掉水 40-32=8（千克）。因此 A 项当选。

【例 3】设加入 x 克蒸馏水，可列式得 $\frac{14600\times 98\%}{14600+x}=73\%$，计算得 x＝5000。因此 B 项当选。

【例 4】根据溶液问题核心公式溶质=溶液×浓度，可知盐=盐水×浓度。题目给了两个量，浓度 15%和 10%，给不变量溶质赋值 15 和 10 的公倍数 30，30÷15%=200，30÷10%=300，“再加同样多的水”即加水 100，再求浓度，浓度=$\frac{30}{400}\times 100\%$ =7.5%。因此 B 项当选。

（二）溶液不变型

【例 1】方法一：根据题意列表如下：

		甲瓶	乙瓶
初始	清水	200ml	0ml
	酒精	0ml	200ml
第一次	清水	200ml	0ml
	酒精	20ml	200-20=180ml
	浓度	$\frac{1}{11}$	0
第二次	清水	$\left(200-\frac{200}{11}\right)$ml	$\left(20-\frac{20}{11}\right)$ml
	酒精	$\left(200\times\frac{1}{11}=\frac{200}{11}\right)$ml	$\left(180+\frac{20}{11}\right)$ml

第二次后，甲瓶含有纯酒精 $\frac{200}{11}$ ml，乙瓶含有水（$20-\frac{20}{11}=\frac{200}{11}$）ml，两者相等。

方法二：在倾倒之前甲、乙两瓶各有 200ml 的溶液；倾倒两次后，甲、乙两瓶还是各有 200ml 的溶液，那么甲瓶中少的水是用来自于乙瓶中的酒精来补充；同理，乙瓶中少的酒精是用来自于甲瓶中的水来补充，故此时甲瓶里含有纯酒精的量等于乙瓶里含水的量。

故正确答案为 C 项。

【例 2】每次倒出 40 克盐水再加满清水，相当于每次倒出去总溶液的 40%再稀释，相当于每次减少溶质的 40%，留下溶质的 60%，因此每次操作后浓度均为操作之前的浓度的 60%。由此可知，这样反复三次后，杯中盐水的浓度为 80%×60%×60%×60%＝17.28%。因此 B 项当选。

三、溶液比例型

【例 1】混合前，水、油的比例分别为 3∶8、1∶2，则混合后，水与油的比值应小于 $\frac{1}{2}$，排除 A、B 两项；

混合前，水、醋的比例分别为 3∶5、1∶3，混合后的比例不可能为 1∶1，排除 D 项。因此 C 项当选。

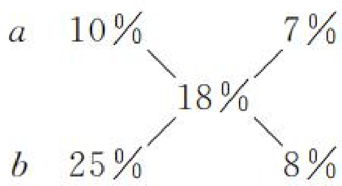
【例 2】假设鸡尾酒的总质量为 100，则酒精的质量为 20，并且 A、B、C 三种酒的质量分别为 20、60、20。设 A 种酒的酒精浓度为 $2x$，则 B 种酒的酒精浓度为 x，混合后酒精的质量不变，则有 $20\times2x+60\times x+20\times10\%=20$，解得 $x=18\%$，所以 A 种酒的酒精浓度为 36%。因此 A 项当选。

四、十字交叉法介绍

数量真题

【例】D。方法一：设 2016 年两种作物产量为 a、b，那么由题意 10%a+25%=18%（a+b），解得 a∶b=7∶8。题目所求为 2017 年，则 1.1a∶1.25b=7.7∶10=77∶100。

方法二：设 2016 年两种作物产量为 a、b，那么对混合增长率进行十字交叉有：

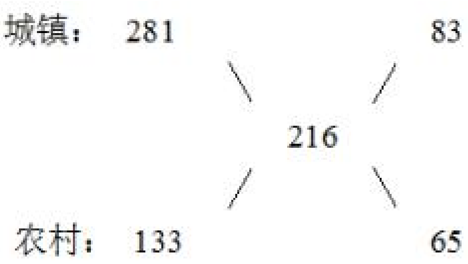


所得比例 7%∶8%=7∶8 即 a、b 之比。题目所求为 2017 年，则 1.1a∶1.25b=7.7∶10=77∶100。故正确答案为 D 项。

资料分析真题

【例 1】定位表格材料，2017 年 1～4 月，T 地区限额以上商品批发业销售额为 10251 亿元，同比增长 11.8%，1～3 月销售额为 7913 亿元，同比增长 12%。一季度+4 月=1～4 月，根据混合增长率口诀“整体增长率介于部分增长率之间，偏向于基期量较大的一侧所对应的增长率”，由于一季度的增长率（12%）高于整体增长率（11.8%），则 4 月份的增长率必然低于整体增长率（11.8%），根据 $基期量=\frac{现期量}{1+增长率}$，可判断出，一季度的基期量明显大于 4 月，故整体增速应偏向一季度，4 月份增长率小于 11.8%-（12%-11.8%）=11.6%，则 4 月份增长率一定低于 11.6%，12%-11.6%=0.4%，因此 4 月份增长率比一季度增长率低 0.4 个百分点以上，仅 D 项符合，当选。

【例 2】根据十字交叉法，平均数交叉可得两个部分人数之比，减法计算可将数据截位舍相同处理，则有



，即城镇∶农村=83∶65，根据 $比重=\frac{部分量}{整体量}$，则城镇居民人口占总人口的比重约为 $\frac{83}{65+83}=\frac{83}{148}\approx56\%$，与 D 选项最为接近。故正确答案为 D 项。

第四节 行程问题

一、基本行程问题

1、核心公式考核

【例 1】A。小王上班的路程为 1.2 公里，即 1200 米，速度为 100 米/分钟，则需要花 1200÷100=12（分钟）。因此，A 项当选。

【例 2】B。速度为每小时 80 公里，A 市干部上午 9 时到达，共走了 2 小时，所以 A 市距省城 80×2＝160（公里）；B 市干部下午 3 小时到达，停留了 2 小时，所以行驶时间为 6 小时，B 市距离省城 80×6＝480（公里）。从 A 市经省城到 B 市，总路程为 160＋480＝640（公里）。故正确答案为 B 项。

【例 3】D。根据狗与两人同时出发可知狗与两人的运动时间相同。两人从相距 1200 米，相向运动至 100 米，共行走 1200-100＝1100（米），设两人运动时间为t秒，根据相遇公式 $s=(v_1+v_2)\times t$，1100＝（40＋60）×t，解得t＝11。则狗总共跑的距离S=vt=11×80＝880（米）。故正确答案为D项。

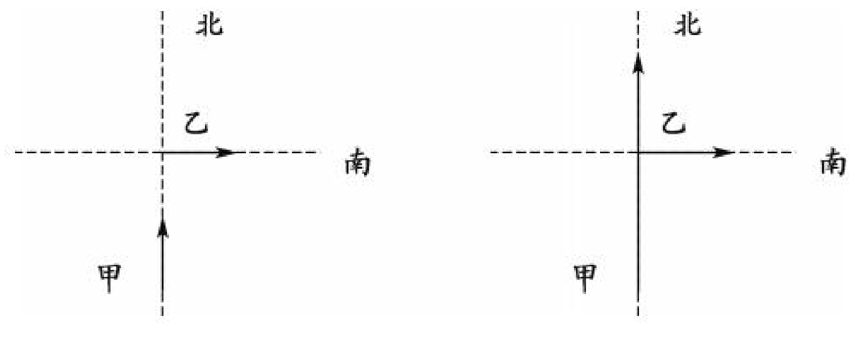
【例 4】设甲、乙两地相距 S 千米，30 分钟 $=\frac{1}{2}$ 小时，根据公式：$t=\frac{S}{v}$，可列方程为 $\frac{S}{120}+\frac{1}{2}=\frac{\frac{1}{3}S}{60}+\frac{\frac{2}{3}S}{120}$，解得 S=180。故正确答案为 C 项。

【例 5】B。赋值情况如下：

数值 \ 车辆	S	V 正常	V 倒车
小汽车	90	30	5
垃圾转运车	10	10	2

如果垃圾转运车先倒车，垃圾转运车的倒出时间为 10÷2=5；此时垃圾转运车通过窄道，用时 100÷10=10，合计时间 5+10=15。如果小汽车先倒车，小汽车的倒车时间为 90÷5=18；此时小汽车通过窄道，用时 $100\div 30=\frac{10}{3}$，合计时间 $18+\frac{10}{3}$。比较两种方案，垃圾转运车倒车才能够使两车尽快都通过。故正确答案为 B 项。

【例 6】D。根据题意，“出发 10 分钟，两人与十字路口的距离相等”，可得 $1200-V_{甲}\times 10=V_{乙}\times 10$ ①；“出发 100 分钟，两人与十字路口的距离再次相等”，可得 $V_{甲}\times 100-1200=V_{乙}\times 100$ ②。联立①②，解得 $V_{甲}=66$ 米/分钟，$V_{乙}=54$ 米/分钟。第二次距离相等时，距离十字路口的距离为 $V_{乙}\times 100=5400$ 米。



故正确答案为 D 项。

2、等距离平均速度

【例 1】由“往返”可知，去时上坡则回时下坡，去时下坡则回时上坡，则 $S_{总上坡}=S_{总下坡}$。根据等距离平均速度公式 $\bar{v}=\frac{2v_1v_2}{v_1+v_2}$（$v_1$、$v_2$ 分别为上下坡速度），可以得出小明往返学校的平均速度为：$\frac{2\times 80\times 100}{80+100}=\frac{1600}{18}$（米/分钟），往返共用时 36 分钟，则往返的路程为 $\frac{1600}{18}\times 36=3200$（米），故单程为 3200÷2=1600（米）。故正

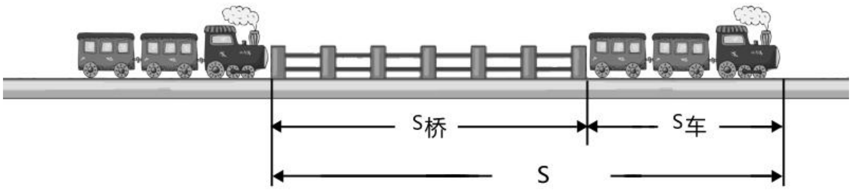
确答案为 C 项。

【例 2】B。根据题意，小明从家到学校进行往返，上下坡距离相等，可利用等距离平均速度求得 $v=\frac{2v_1v_2}{v_1+v_2}=\frac{2\times6\times18}{6+18}=9$ 千米/小时，由于平路速度也为 9 千米/小时，往返总时间是 1 小时，故往返总路程为 9×1＝9 千米，则小明的家距离学校 9÷2=4.5 千米。故正确答案为 B 项。

3、火车过桥

【例】火车过桥问题的特别之处就在于火车本身有一定的长度。当人过桥时，可看作是“点”在移动；而火车过桥时，相当于“线”在移动。

如下图所示：



当火车的车头刚开始上桥时开始计时，当火车的车尾离开桥时停止计时，这段时间便是火车过桥的时间。在这个过程中，火车行驶的距离=桥长+火车车身长度。

此题求解的是两种过桥方式所用时间比，首先观察是否有定量，容易看出，速度是一定的，那么只要找到两种过桥方式的路程比例关系就可以得到所用时间的比例关系。

注意，这里的路程，不仅仅是桥的长度，还要加上车队的长度。车队长度，是一个小知识点（边端问题），我们以一队过桥来看，首先有 20 辆车的长度，其次还有车与车之间的间隙，注意这时候的间隙是 20-1=19（个），所以车队的长度为 $20\times20+19\times10=590$（米），路程为 760+590=1350（米）。同理：双列队的路程为 $20\times10+9\times10+760=1050$（米）。故路程之比为 1050：1350=7：9，则时间比是 7：9。因此，A 项当选。

二、多次相遇模型

【例 1】根据多次相遇问题公式，第 n 次相遇所走的路程和 $s_{总}=(2n-1)\ s$ 可得，两人从出发到第二次相遇所走的总路程=（2×2-1）×2760（米）。则所需用的总时间=2760×3÷（110+70）=46（分钟）。故正确答案为 B 项。

【例 2】C。方法一：设 A、B 两点间长度为 S 米。甲从 A 点出发，乙从 B 点出发，两人第一次相遇时，甲走了 1000 米；第三次相遇时，相遇点离 B 点 200 米，甲到达 B 点 2 次，即甲跑了（3S+200）米。根据直线两端多次相遇公式，相遇 N 次两人一起跑了（2N－1）S，则第一次迎面相遇两人一起跑了 S 米，第三次迎面相遇两人一起跑了 5S 米，两次总路程之比为 1∶5。由于速度均保持不变，因此对甲来说，两次相遇走过的路程之比也为 1∶5，则 $\frac{1000}{3S+200}=\frac{1}{5}$，解得 S=1600。

方法二：设 A、B 两点间长度为 S 米。第三次相遇时甲到达 B 点 2 次，则甲跑了（3S+200）米；乙到达 A 点一次，则乙跑了（2S－200）米。第一次相遇时两人一起跑了 S 米，此时甲跑了 1000 米，乙跑了（S－1000）米。根据速度一定，路程比相同可得：$\frac{3S+200}{2S-200}=\frac{1000}{S-1000}$，代入选项，当 S=1600 时等式成立。

故正确答案为 C 项。

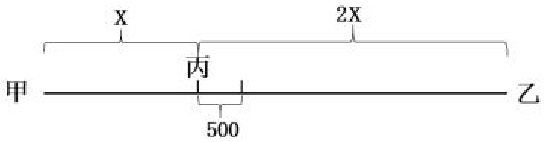
【例 3】两端相向出发，12 分钟内，甲模型走了 $100\times\frac{12\times60}{72}=1000$（米），乙模型走了 $100\times12=1200$（米），甲、乙的路程和 1200+1000=2200（米），是 22 个水池长度。

根据多次相遇问题公式 $s_{总}$=（2n-1）s（n 代表相遇的次数）可得，$2200=(2n-1)\times100$，解得 n=11.5，即可

以迎面相遇 11 次。故正确答案为 C 项。

【备注】在一般的多次相遇问题中，相遇都指的是迎面相遇，不计追及相遇的次数，题目特别说明的除外。

【例 4】B。第一次相遇地点距离丙地 500 米分为两种情况，分别为相遇点在甲、丙之间和在乙、丙之间。如果相遇点在甲、丙之间，说明此时 B 车路程超过 A 车的 2 倍，也就意味着速度超过 2 倍，又知丙与甲地之间的距离是与乙地之间距离的一半，此时第二次相遇应为追上相遇，与题干“第二次两车相遇也为迎面相遇”矛盾，所以第一次相遇点一定在乙、丙之间。



设甲、丙相距 x 米，则乙、丙相距 2x 米、甲、乙相距 3x 米，根据两段出发多次相遇问题公式，第二次相遇走的路程是第一次的三倍，故第二次相遇时 A 车路程为 3（x+500）=3x+1500（米）。综上可知，A 车从甲地到达乙地之后返回又走了 1500 米与 B 车相遇，因此，第二次相遇的位置距离乙地 1500 米。故正确答案为 B 项。

多次相遇模型的拓展考点

【例】D。根据题意，两人同时从绿道的一端出发，则第 n 次相遇时所走路程和为$2nS=(v_1+v_2)t$。代入题干数据可得：$2\times7\times3=(2+4)t$，解得$t=7$小时。相遇时小王所走路程为 2×7=14 公里，14÷3=4……2，即往返 2 次回到出发点后，又走了 2 公里，则相遇点距离出发点 2 公里。故正确答案为 D 项。

三、环形跑道问题

【例 1】A。赋值甲速度为 100 米/分钟，第一次追及，甲跑了 600 米，用时为 6 分钟；第二次追及，甲加速 20%，速度为 120 米/分钟，又跑了 1200 米，用时为 10 分钟。

根据行程问题追及公式 $s_{差}=v_{差}t$，从第一次追及后，到第二次追及时，两人的路程差为 1 圈，即 500=（120－$v_{乙}$）×10，解得 $v_{乙}$=70（米/分钟）。

再分析第一次追及过程，甲比乙多走的距离即为甲出发点到乙出发点的距离，由 $s_{差}=v_{差}t$ 可知，所求=（100－70）×6=180（米）。故正确答案为 A 项。

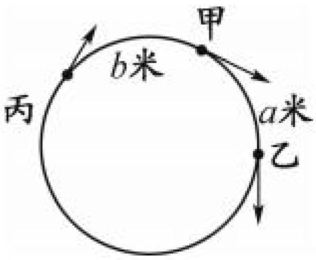
【例 2】B。环形异点同向出发每追上一次，除第一次追上外，甲比乙多跑一圈+200 米。则甲第三次追上乙时，甲一共比乙多跑 200+400×2=1000（米）。乙跑了 2000 米，甲跑了 3000 米，时间相同，路程与速度成正比，可知甲的速度是乙的 3000÷2000=1.5 倍。故正确答案为 B 项。

【例 3】方法一：直接分析，在两人第一次相遇到第二次相遇的过程中，乙追了甲一圈，乙比甲多跑了 400 米，但乙总共只比甲多跑 250 米，故在最开始的 3 分钟内甲比乙多跑 400-250=150（米），3 分钟时甲、乙两人在同一位置，故开始时两人相距 150 米。

方法二：设甲与乙的速度分别为$v_甲$和$v_乙$，由题意，从第一次乙追上甲到第二次追及，甲与乙的路程差为 400 米，故 400=（$v_乙-v_甲$）×8，解得两人速度差为 50 米/分钟，由于甲一共跑了 11 分钟，乙一共跑了 10 分钟，在后 10 分钟内，乙比甲多跑了 50×10=500（米），由于乙最终比甲多跑 250 米，故甲最开始的 1 分钟跑了 250 米，又根据乙 2 分钟时第一次追上甲，可得该过程中甲与乙的路程差为 50×2=100（米），故两人最初相距 250-100=150（米）。

故正确答案为 B 项。

【例 4】B。根据题目中的追及顺序，可知最开始时甲乙丙的出发点如图所示，设甲乙之间的距离为 a 米，甲丙之间的距离为 b 米。



根据“3 分钟后甲追上乙”，可得 a=（v $_{甲}$-v $_{乙}$）×3①；根据“又过 1 分 30 秒后丙也追上乙”，可得 a+b=（v $_{丙}$-v $_{乙}$）×（3+1.5）②；根据“又过 3 分 30 秒后丙追上甲”，可得 b=（v $_{丙}$-v $_{甲}$）×（3+1.5+3.5）③；根据“又过 5 分 30 秒后丙第二次追上乙”，环形追及问题，每追上一次就多走一圈，丙从第一次追上乙到第二次追上乙，共用时 3.5+5.5=9 分钟，可列式 360=（v $_{丙}$-v $_{乙}$）×9，解得 v $_{丙}$-v $_{乙}$=40，代入②式可得 a+b=40×4.5=180④。

8×①+3×③可得：8a+3b=24（v $_{丙}$-v $_{乙}$）=960⑤，联立④⑤可解得 a=84，b=96。故甲在乙身后 84 米。故正确答案为 B 项。

四、流水行船问题

【例 1】设船在静水中的速度为 x 千米/小时，水流的速度为 y 千米/小时，根据题干条件可得方程 $\frac{40}{x+y}+\frac{24}{x-y}=8$，$\frac{20}{x-y}+\frac{60}{x+y}=8$。联立方程组解得 x=12，y=8。因此 B 项当选。

【例 2】方法一：设 A 到 B 上坡路程为 x 千米，下坡车速为 y 千米/小时，则有 $\begin{cases}\frac{x}{12}+\frac{60-x}{y}=3.5,\\ \frac{x}{y}+\frac{60-x}{12}=4.5,\end{cases}$ 转换得

$\begin{cases}\frac{x}{12}+\frac{60}{y}-\frac{x}{y}=3.5,\\ \frac{x}{y}+\frac{60}{12}-\frac{x}{12}=4.5,\end{cases}$ 解得 $x=15$，$y=20$。

方法二：A、B 间不是上坡就是下坡，去和回的过程中上、下坡会对调，所以上坡和下坡的路程是一样的，都是 60 千米。来回总共用了 3.5+4.5=8（小时），上坡用了 60÷12=5（小时），则下坡用了 8-5=3（小时），所以下坡时邮递员的速度为 60÷3=20（千米/小时）。

方法三：运用等距离平均速度公式：$\bar{v}=\frac{2v_1v_2}{v_1+v_2}\Rightarrow\frac{60\times2}{3.5+4.5}=\frac{2\times12\times v_2}{12+v_2}\Rightarrow v_2=20$（千米/小时）。

方法四：因为上坡速度为 12 千米/小时，所以可排除 A、B 两项。邮递员在两村往返相差 1 小时之久，若选择 14 千米/小时，与 12 千米/小时太接近了，排除 C 项，最终锁定 D 项，20 千米/小时。

因此 D 项当选。

【点睛】

上下坡问题与流水行船问题类似，上坡可看作是逆水行船，下坡可看作是顺水行船。

五、核心技巧——比例思想

1、直接抓比例关系、赋值，用路程的公式求解。

【例 1】D。赋值 AB 间路程为 3，则 BC 间路程为 4；设去时 AB 间速度为 v，则 BC 间速度为 2v。去时共用时 2 小时 30 分，即 150 分钟，有 $\frac{3}{v}+\frac{4}{2v}=150$，解得 $v=\frac{1}{30}$，则 BC 间速度为 $\frac{1}{15}$。返程时高速公路速度不变，即 BC 间速度不变，仍为 $\frac{1}{15}$；AC 间速度降低 $\frac{1}{3}$，变为 $\frac{1}{30}\times\left(1-\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{45}$。所用时间为

$3\div\frac{1}{45}+4\div\frac{1}{15}=3\times45+4\times15=195$（分钟），即 3 小时 15 分钟。故正确答案为 D 项。

【例 2】C。设全程为 12x，根据已跑过的路程长度恰好是未跑路程的$\frac{5}{7}$，可知已跑过的路程长度为 5x，未跑路程为 7x，再根据题干"跑了比全程的$\frac{2}{9}$多 2000 米的路程"，列方程得$\frac{2}{9}\times 12x+2000=5x$，解得 7x＝6000，未跑路程为 7x＝6000（米）。故正确答案为 C 项。

【例 3】D。两人走完全程的$\frac{1}{4}$时，甲走的路程是 500 米；现两人走完全程的$\frac{3}{4}$，因速度一直不变，则甲此时走的路程是 1500 米，乙走的路程为 2400 米，时间相同，速度与路程成正比，$V_{甲}$：$V_{乙}=1500:2400=5:8$，乙的速度较快，全程一共是（1500+2400）÷$\frac{3}{4}$=5200 米，当乙走完全程 5200 米，因时间相同，甲、乙的路程之比即为速度之比 5：8，则甲走了$5200\times\frac{5}{8}=3250$米，还剩 5200-3250=1950 米。故正确答案为 D 项。

2、找定量，然后再确定正反比关系、再赋值、计算求解。

【例 1】C。方法一：设隧道的两端分别为 A、B 两点，两车在 C 点相遇。由 B 点到 C 点，乙车用了 30 秒，同时由 C 点到 B 点，甲车用了 20 秒。路程相同，速度与时间成反比，则 $v_{甲}$：$v_{乙}$=$t_{乙}$：$t_{甲}$=3：2。设 $v_{甲}$=3x，$v_{乙}$=2x，根据隧道长度列方程：（30+20）×3x=（30+20）×2x+200，解得 x=4，则隧道长度为（30+20）×3x=600（米）。

方法二：乙行驶了 30 秒与甲行驶了 20 秒的路程相同，则$v_{甲}$：$v_{乙}=3:2$，当时间相同时，其路程之比为 3：2，则甲比乙多走 1 份，此时乙车距离出口 200 米，隧道长度为 200×3＝600（米）。

因此，C 项当选。

【例 2】C。设甲的速度为 v 甲，乙的速度为 v 乙，邮局和图书馆的距离为 s。甲、乙相遇时各花费 40 分钟，甲到达图书馆时花费 72 分钟，根据题干，可得方程组：$40(v_{甲}+v_{乙})=s$ ①，$72v_{甲}=s$ ②，联立①②解得 $v_{甲}$∶$v_{乙}$=5∶4，路程相同时，速度与时间成反比，则 $t_{甲}$∶$t_{乙}$=4∶5，由 $t_{甲}$=72 分钟可知，$t_{乙}$=90 分钟。当甲返回邮局时，共花费 2×72=144（分钟），此时乙已经到邮局 144－90=54（分钟）。故正确答案为 C 项。

【例 3】D。根据题意，11：00 时小张追上小王，两人起点相同，因此路程相同。根据公式，路程＝速度×时间，当路程一定时，速度与时间成反比。小张 8：30 出发，骑行时间为 2.5 小时，小王 8：00 出发，骑行时间为 3 小时，则$\frac{v_{张}}{v_{王}}=\frac{t_{王}}{t_{张}}=\frac{3}{2.5}=\frac{6}{5}$。设$v_{张}=6a$，$v_{王}=5a$。

计算 a 的数值有两种方法：

方法一：10：00 时，小王到达丙地，小张距离丙地还有 5 千米，即小张骑行 1.5 小时的路程比小王骑行 2 小时少 5 千米，因此 6a×1.5=5a×2-5，解得 a=5。

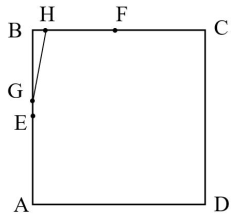
方法二：10：00 时，小王到达丙地，小张距离丙地还有 5 千米，11：00 时，小张追上小王。即 1 小时小张比小王多骑行 5 千米。6a-5a=5，即 a=5。

小王骑行 2 小时，走了甲、乙两地距离的一半，因此甲、乙两地相距 2×（5a×2）=20a=100（千米）。故正确答案为 D 项。

【例 4】C。设环形跑道周长为 s，甲跑步速度为 $v_{甲}$，乙走路速度为 $v_{乙}$。甲追及乙时，二人是同向运动，此时甲追上乙所需时间为$t_{同向}=\frac{s}{v_{甲}-v_{乙}}$；两人相向而行相遇所需时间为$t_{相向}=\frac{s}{v_{甲}+v_{乙}}$。根据题意可知，$t_{同向}=3t_{相向}$，即$\frac{s}{v_{甲}-v_{乙}}=3\times\frac{s}{v_{甲}+v_{乙}}$，化简可得 $v_{甲}$=2$v_{乙}$，则甲、乙速度之比为 2∶1。故正确答案为 C 项。

六、路程问题中的图像

【例】C。如图所示，赋值正方形 ABCD 的边长为 20，设甲、乙的速度均为 1。分情况讨论：



（1）当 0＜T≤10 时，乙在 A 地保持静止，甲从 A 向中点 E 运动，所走的距离 $S_1 = vt =$ 1×T＝T 即为甲乙之间的距离，对应图形为匀速变化的直线。

（2）当 10＜T≤20 时，在这段时间甲从 E 到 B，乙从 A 到 E，由于速度相同，故甲乙之间的距离恒为 $S_2 = vt - v(t-10) =$ 10，对应图形为平行于 T 轴的直线。

（3）当 20＜T≤30 时，在这段时间甲从 B 到 F，乙从 E 到 B，可用描点法进行枚举：

T=21 时，甲从 B 到 H，BH=1，乙从 E 到 G，EG=1，则 BG=10-1=9，则甲乙之间距离 GH=$\sqrt{9^2+1^2}=\sqrt{82}$；

同理，当 T=22 时，甲、乙前进的距离均为 1，则甲乙之间距离为$\sqrt{(9-1)^2+(1+1)^2}=\sqrt{8^2+2^2}=\sqrt{68}$；

当 T=23 时，甲、乙前进的距离均为 1，则甲乙之间距离为$\sqrt{(8-1)^2+(2+1)^2}=\sqrt{7^2+3^2}=\sqrt{58}$；

当 T=24 时，甲、乙前进的距离均为 1，则甲乙之间距离为$\sqrt{(7-1)^2+(3+1)^2}=\sqrt{6^2+4^2}=\sqrt{52}$。

观察可得：当 20＜T≤30 时，随着时间 T 越来越大，甲乙之间距离越来越小，且递减趋势逐渐变小，排除 ABD 项。故正确答案为 C 项。

第五节 经济问题

一、价格、利润、成本三者关系的基本考核（具体考核形式见例题）

【例 1】B。设这批苹果有 n 公斤，根据总利润=总售价－总成本，25000=12×80%n＋10×(1－80%)n－9n-0.1n，解得 n=10000。10000 公斤=10 吨（1 吨=1000 公斤）。故正确答案为 B 项。

【例 2】C。赋值销量为 100，上涨 15%后销量变为 115。设改进生产线之后，单件产品的生产成本降低了 x。根据题意可得表格：

	成本	售价	销量	单日利润
初始	200	292	100	（292-200）×100=9200
调整销售方案	200	268	115	（268-200）×115=7820
改进生产线	200（1-x）	268	115	[268-200（1-x）]×115

根据要“保持降价前的单日利润”，可得[268-200（1-x）]×115≥9200，解得 x≥6%，单件产品的生产成本至少需要降低 6%，对应 C 项。故正确答案为 C 项。

【例 3】B。赋值原价是 10 元，第一天的销量为 1 件，则售价每天下降 10×10%＝1 元，成本为 10×60%＝6 元。

	售价	利润	销量	总利润
第一天	10	4	1	4
第二天	9	3	2	6
第三天	8	2	4	8
第四天	7	1	8	8

第五天	6	0	16	0
第六天	5	-1	4	-4

这6天的总利润为4+6+8+8+0－4=22元，总成本为6×（1＋2＋4＋8＋16＋4）=210元，那么总利润是总成本的$\frac{22}{210}$≈10.5%，介于10%～20%之间。故正确答案为B项。

【例 4】方法一：常规解法。这十天中，卖出汉堡包 200×10-25×4=1900（个），每个可以赚 10.5-4.5=6（元），共赚 1900×6=11400（元）。未卖出汉堡包 25×4=100（个），每个亏损 4.5 元，共亏损 100×4.5=450（元）。因此这十天共赚 11400-450=10950（元），B 项当选。

方法二：数字特性法。每个汉堡包成本为 4.5 元，利润为 6 元，都可以被 3 整除，则总利润也可以被 3 整除，只有 B 项 10950 满足条件，当选。

【例 5】B。根据总利润＝总收入-总成本，4 天全卖完的收入为 10×100×4＝4000（元），其中 2 天剩余 20 斤的收入为 10×80×2＝1600（元），其中 1 天剩余 10 斤的收入为 10×90×1＝900（元），所以 7 天的总收入为 4000＋1600＋900＝6500（元）。7 天的总成本为 7×100×5＝3500（元），故总利润为 6500-3500＝3000（元）。故正确答案为 B 项。

【例 6】B。设甲贷款 x 万元，乙贷款 y 万元。根据共计 5000 万元可列方程：x+y=5000①；另外根据甲乙贷款利率 5.6%和 6.2%共 295.6 万元，可列方程：5.6%x+6.2%y=295.6②。联立解得 x=2400，y=2600，即甲种贷款的金额为 2400 万元。故正确答案为 B 项。

【例 7】B。由“乙分得的利润是甲的 1.2 倍”可知，总利润超过 20 万元，设总利润为（20+x）万元，则甲获得利润为（10×80%+10×60%+40%x）万元，乙获得利润为（10×20%+10×40%+60%x）万元，根据题意，（10×80%+10×60%+40%x）×1.2=10×20%+10×40%+60%x，解得 x=90。如果总利润减半，则总利润变为$\frac{20+90}{2}=55$（万元），此时甲获得利润 10×80%+10×60%+40%×（55－20）=28（万元），乙获得利润=55－28=27（万元），甲分得的利润比乙多 1 万元。故正确答案为 B 项。

【例 8】C。根据运输时间=$\frac{运输路程}{速度}$，各公司运输费用情况如下：

运输单位	运输费用（元）	损耗（元）	包装与装卸费用（元）	总费用（元）
甲公司	6S	（$\frac{S}{60}$+4）×300 =5S+1200	1500	11S+2700
乙公司	8S	（$\frac{S}{50}$+2）×300 =6S+600	1000	14S+1600
丙公司	10S	（$\frac{S}{100}$+3）×300 =3S+900	700	13S+1600
丁公司	7S	（$\frac{S}{75}$+5）×300 =4S+1500	1200	11S+2700

甲公司与丁公司总费用相同，因此二者均不可能为最小，排除 A、D 两项。丙公司总费用小于乙公司，可知丙公司总费用最小。故正确答案为 C 项。

【例 9】A。设甲、乙、丙初期投资分别为 a、b、c 万元，列表如下：

	甲	乙	丙
初期投资	a	b	c
市值上涨 50%	1.5a	1.5b	1.5c
二期投资	a	2b	0.5c
持股	1.5a+a=2.5a	1.5b+2b=3.5b	1.5c+0.5c=2c

方法一：根据甲、乙、丙三人持股比例为5∶14∶16，即2.5a∶3.5b∶2c＝5∶14∶16，解得a∶b∶c＝2∶4∶8，即甲、乙、丙初期投资比例为1∶2∶4，乙比甲多投资$700\times\frac{2-1}{7}=100$万元。

方法二：根据题意，总持股金额=（1+50%）×700+700=1750万元，因此甲现持股=$\frac{5}{35}\times1750=250$万元，初期投资=$\frac{250}{2.5}=100$万元；乙现持股=$\frac{14}{35}\times1750=700$万元，初期投资=$\frac{700}{3.5}=200$万元，因此初期乙比甲多投资200-100=100万元。

故正确答案为A项。

【例10】A。设每桶花生油进价为100x，则每桶玉米油进价为80x，列表如下：

	玉米油	花生油
进价	$80x$	$100x$
利润	$30\%\times80x=24x$	$24\%\times100x=24x$
售价	$80x+24x=104x$	$100x+24x=124x$

花生油比玉米油每桶售价高10元，有124x－104x＝10，解得x＝0.5。玉米油与花生油进价相差20x，为20×0.5＝10（元）。故正确答案为A项。

二、题干相对数据较多，赋值后，简化计算

【例1】C。赋值成本为10，总量为10，设原价为a。根据$利润率=\frac{利润}{成本}$，可得最终的总利润=10×10×34%=34。第一天销量为6，获得的利润为（a－10）×6=6a－60；第二天销量为2，获得的利润为（0.8a－10）×2=1.6a－20；第三天按照成本价出售，获得的利润为0。可列式：（6a－60）+（1.6a－20）=34，解得a=15。该水果按原价销售的利润率为$\frac{15-10}{10}=50\%$。故正确答案为C项。

【例2】B。设种植农产品1亩，如下表：

	每亩产量（千克）	每千克售价	总售价	总成本
采用新技术前	x	y	xy	a
采用新技术后	1.25x	1.2y	1.5xy	1.35a

根据每亩利润比之前增加了100%列方程：2（xy－a）＝1.5xy－1.35a，解得a＝$\frac{10}{13}$xy，采用新种植技术后，每亩利润为1.5xy-1.35a＝$\frac{6}{13}$xy，每亩利润占每亩销售收入的比例为$\frac{6}{13}$xy÷1.5xy＝$\frac{4}{13}$≈30.7%。故正确答案为B项。

【例3】D。设这种水果的进货成本为x元/千克，则第一天的售价=（1+40%）x=1.4x，第三天的售价=1.4x×（1-10%）×（1-10%）=1.134x。根据“第三天这种水果的售价比第一天降低了13.3元/千克”，可得1.4x-1.134x=13.3，解得x=50，即这种水果的进货成本为50元/千克。故正确答案为D项。

【例4】根据条件，赋值咖啡机进价为1。“打八折销售，利润为进价的60%”，即打八折后的售价为1×（1+60%）=1.6。则原价为$\frac{1.6}{0.8}=2$。若打七折销售，售价=2×0.7=1.4，利润=1.4-1=0.4。而实际利润为50元，根据等比放缩，咖啡机原价=$\frac{50}{0.4}\times2$=250（元）。因此A项当选。

三、分段计费类型

【例1】结合选项可知，张教授的稿费必然超过了4000元，800至4000元的部分纳税（4000-800）×10%=320元，现纳税620元，则超过4000元的部分纳税620-320=300元，因此超过4000元的部分为$\frac{300}{15\%}=2000$元。张

教授这笔稿费为 4000+2000=6000 元。故正确答案为 D 项。

【例2】由题意可知，出租车价格，2公里以内8元，2-5公里，每公里2元，则5公里需花费8＋2×3＝14（元）；已知该乘客共花费了20元，则超过5公里的路程花费20-14＝6（元），已知5～8公里，每公里3元，则可行驶6÷3＝2（公里），那么一共行驶了为5＋2＝7（公里）。故正确答案为A项。

四、最优方案型

（一）最直接的经济优化

【例 1】C。由题意可得，优惠券减免金额=$\frac{219}{75\%}=292$万元，设满 50 元减 10 元的优惠券有 x 万张，满 100 减 30 的有 y 万张，则 x+y=15.6①，10x+30y=292②，联立解得①②x=8.8，y=6.8。当消费金额恰好达到优惠券减免条件时，实际支付最少，那么消费者实际支付金额为 8.8×（50-10）+6.8×（100-30）=828 万元。故正确答案为 C 项。

【例 2】C。设团购销量至少 x 束，根据题意，单束花利润=单束售价-单束成本=99-39=60 元，则推出团购之前总利润=单束利润×销量=60×800=48000；推出团购活动后零售销量变为$\frac{800}{2}$=400 束，团购单束花利润=59-39=20 元。根据题意，推出团购活动后总利润=零售利润+团购利润=60×400+20x≥48000，解得 x≥1200 束，则团购销量至少 1200 束。故正确答案为 C 项。

【例3】C。由题意可知，甲、乙、丙3种商品的总库存量=300＋300＋400=1000（件），一半为1000÷2＝500（件），要求总销售额最高，则单价高的商品尽可能多地按原价销售，因此前500件包括：单价为500元的乙商品300件，单价为400元的丙商品200件。剩余500件商品打5折销售，此时销售额最高，最高为300×500＋200×400＋（200×400＋300×300）×0.5＝31.5（万元）。故正确答案为C项。

（二）逐一比较找最优

【例】A。小张 7 折购买甲商品即 300×0.7=210 元；购买乙商品时参加每满 199 元减 50 元的活动，500 元包含两个 199 元，即一共减 100 元，故乙商品最终购买价格为 500-100=400 元；小张两件商品总花销为 210+400=610 元。

现小赵购买甲商品，先打 9 折，即 300×0.9=270 元，然后在其基础上每满 100 元减 10 元，270 元包含两个 100 元，即一共减 20 元，故最终购买甲商品的价格为 270-20=250 元。要使小张和小赵购买两件商品花销一样，则小赵购买乙商品的价格必须是 610-250=360 元。代入 A 项，500 元减 50 元为 450 元，再打 8 折即是 450×0.8=360 元，符合条件。故正确答案为 A 项。

（三）一元二次方程最优解的模型

【例】C。设降价 x 元，已知“销售单价每降低 1 元，每天可多售出 20 件”，调价后销售单价为（100-x）元，进货单价为 80 元，则降价后单个利润为（100-x-80）=（20-x）元；降价后的销量为（120+20x）件。总利润=单个利润×数量=（20-x）×（120+20x）。令总利润为 0，即令（20-x）和（120+x）都等于 0，解得$x_1=20$，$x_2=-6$。当$x=\frac{20-6}{2}=7$时，总利润最大，即销售单价应降低的金额是 7 元。故正确答案为 C 项。

五、综合考核型

【例 1】B。由题干“总销售额是总进货成本的 2 倍”，可得平均每千克糖果售价为 12×2=24（元）。因为从第二天起每天都比前一天降价 2 元/千克，即判定糖果售价为公差为-2 的等差数列，故平均价格$=\frac{第一天价格+最后一天价格}{2}$，即 24=$\frac{第一天价格+6}{2}$，解得第一天售价为 42 元。根据等差数列第 n 项公式$a_n=a_1+(n-1)d$，代入可得 6=42+（n－1）×（-2），解得 n=19，即共卖了 19 天。因为每天卖 10 千克，故总量=19×10=190（千克）。故正确答案为 B 项。

【例 2】根据题意“本月只有$\frac{1}{12}$的员工未得到全勤奖，两个奖都未得到的员工占员工总数的$\frac{1}{14}$”，则员工总数应为 12 和 14 的公倍数，即为 84 的倍数。又因为“某企业有不到 100 名员工”，因此员工总数为 84 人。有$\frac{1}{12}$的员工未得到全勤奖，即有$84\times(1-\frac{1}{12})=77$（人）得到全勤奖；有 13 名员工未得到绩效奖，即有$84-13=71$（人）得到绩效奖。则共计发放奖金总数为$77\times1000+71\times1000=148000$（元）=14.8（万元）。因此 C 项当选。

【例 3】由“一个深为 3 米、容积为 48 立方米的水池”，可计算出水池底面面积为$\frac{48}{3}=16$（平方米）。若要此水池造价最低，根据几何最值规律：在面积一定的长方形中，正方形的周长最小。则此底面为正方形，即边长为$\sqrt{16}=4$（米），池壁总面积为$4\times4\times3=48$（平方米）。则这个无盖贮水池最低造价是$16\times150+48\times120=8160$（元）。因此 C 项当选。

【例 4】方法一：分段表示平均费用和总人数之间的关系，设人数为 x。当人数 x 在（0，10]之间时，总的费用为 250+40x，平均费用为$\frac{250+40x}{x}=\frac{250}{x}+40$，这是一个双曲线的右支；当人数 x 在（10，20]之间时，总费用变成 500+40x，平均费用为$\frac{500+40x}{x}=\frac{500}{x}+40$，左节点明显大于上一个区间的右节点，之后的区间类似。

方法二：结合图象，代入人数等于 1、10、11 大致判断。

因此 B 项当选。

第六节 几何问题

一、几何计算问题

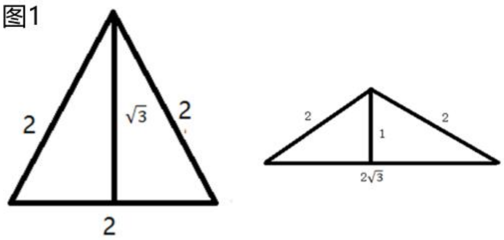
（一）平面几何计算问题

1、三角形相关问题

【例 1】已知三角形三边长度之比为 5：12：13，因$5^2+12^2=13^2$，说明此三角形为直角三角形。设此三角形三边长度分别为 5a 米，12a 米，13a 米，则三角形面积$\frac{5a\times12a}{2}=1920$平方米，解得$a^2=64$，即 a=8。三角形周长为 5a+12a+13a=30a=30×8=240 米。故正确答案为 B 项。

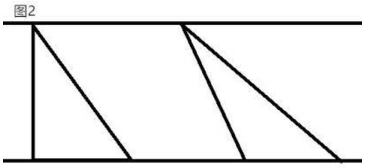
【例 2】D。如图 1 所示，边长为 2 的等边三角形，面积为$2\times\sqrt{3}\times\frac{1}{2}=\sqrt{3}$；将这个三角形变成腰长为 2 且顶角为 120°的等腰三角形，面积为$2\sqrt{3}\times1\times\frac{1}{2}=\sqrt{3}$。两个三角形有两条边相等，只有一条边变长，但面积没有发生变化，甲的说法错误。

图1



如图 2 所示，将直角三角形其中两条边拉长，使三角形变为钝角三角形，此时三角形的底与高均未发生变化，则面积依然保持不变，乙的说法错误。

图2



故正确答案为 D 项。

【例 3】B。由题意可知，三角形第一条边长为 m 米，第二条边长为（$\frac{1}{2}$m+4）米，第三条边长为 28-m-（$\frac{1}{2}$m+4）=24-$\frac{3}{2}$m 米。根据“第一条边是唯一最短边”可知：m＜$\frac{1}{2}$m+4，即 m＜8，排除 C、D 两项；代入 A 项，m=6，则第二条边=$\frac{6}{2}+4=7$米，第三条边=28-6-7=15，不能构成三角形，排除。故正确答案为 B 项。

【例 4】D。方法一：设三个正方形的边长分别为 x-m、x、x+m（x、m 都是正整数），则面积分别为$(x-m)^2$、x^2、$(x+m)^2$；根据题干条件，$(x-m)^2+x^2=(x+m)^2$，化简可得 x=4m，代入$(x-m)^2+x^2+(x+m)^2\le 5000$，即$50m^2\le 5000$，$m^2\le 100$，由于为整数且不为 0，故共有 10 组。

方法二：根据平方和等于最大数的平方，联想到满足勾股定理的整数组，勾股数。常见的勾股数只有（3，4，5）及其倍数是满足等差关系的，即 3n，4n，5n，$(3n)^2+(4n)^2+(5n)^2\le 5000$，解得 $n\le 10$，故共有 10 组。

故正确答案为 D 项。

2、四边形相关问题

【例 1】B。设原长方形长为 a 厘米，宽为 b 厘米，可得两者周长关系为 2（a-1+b+8）=2×2（a+b），化简得 a+b=7①；可得两者面积关系为（a-1）×（b+8）=4ab②，直接求解较为复杂，考虑代入排除，满足①②即为正确答案。

A 项，a=4，根据①式，b=3，代入②式，左边=（4-1）×（3+8）=33，右边=4×4×3=48，两边不相等，错误。

B 项，a=5，根据①式，b=2，代入②式，左边=（5-1）×（2+8）=40，右边=4×5×2=40，两边相等，此时 B 项满足题干所有条件，正确，当选。

【例 2】B。设梯形的上底、下底、高分别为 a、b、h，根据“面积将扩大 10 平方米”可得$\frac{(a+1+b+1)\times h}{2}-\frac{(a+b)\times h}{2}=10$，解得 h＝10（米）；根据“面积将扩大 55 平方米”可得$\frac{(2a+b+1)\times 10}{2}-\frac{(a+b)\times 10}{2}=55$，解得 a＝10（米）；根据“面积将扩大 105 平方米”可得$\frac{(10+1+2b)\times 10}{2}-\frac{(10+b)\times 10}{2}=105$，解得 b＝20（米）。

如果上底增加 1 倍多 2 米变为 22 米，下底边增加 3 倍多 4 米变为 84 米，则面积将扩大$\frac{(22+84)\times 10}{2}-\frac{(10+20)\times 10}{2}=380$（平方米）。故正确答案为 B 项。

蝴蝶模型

【答案】9。

【例 1】由题意可知，△AOB 和△COD 为相似三角形，相似比为 1：2，设△AOB 的底边 AB 为 x，AB 边上的高为 h，梯形面积为$\frac{1}{2}(x+2x)\times 3h=\frac{9}{2}xh$，△AOB 面积为$\frac{1}{2}xh$，则面积之比为 9：1。故正确答案为 D 项。

【例 2】赋值丙的面积为 1，根据“中点”得到 AB＝2DE，所以甲的面积为 4。丙和丁的底边都在 DB 上，

顶点都为 E，由于高相同，三角形面积比等于底边长之比，故得到丁的面积为 2，同理乙的面积也为 2。由于戊的面积与丙、丁面积之和相等，得到戊的面积为 3，故总面积为 4＋2＋1＋2＋3＝12。根据种白花的面积为 4＋3＝7，得到白花面积的占比为$\frac{7}{12}$。因此，C 项当选。

【例 3】D。AB=3AE=DC，则 AE：DC=1：3，$S_{\triangle AEF}:S_{\triangle FDC}=1:9$。假设$S_{\triangle AEF}=1$，则$S_{\triangle FDC}=9$。因为△AEF∽△CDF，所以 AF：FC=AE：DC=1：3，△AFD 和△FDC 为等高的三角形，则$S_{\triangle ADF}:S_{\triangle FDC}=1:3$，因此$S_{\triangle ADF}=3$，$S_{ABCD}=2S_{\triangle ADC}=2(S_{\triangle ADF}+S_{\triangle FDC})$=2×（3+9）=24。因此，D 项当选。

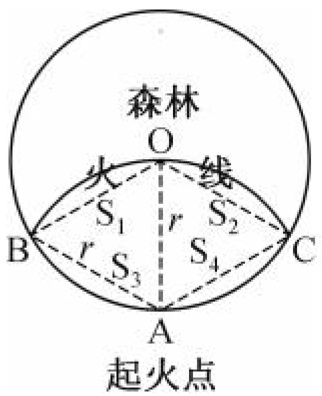
3、圆形相关问题

【例 1】C。方法一：两个圆面积之比为 16∶9，半径之比为 4∶3，小圆直径为 15 米，则大圆直径为 20 米，两个圆的周长共 20π+15π=35π。独轮车直径 50 厘米=0.5 米，周长为 0.5π，小丑沿 8 字形轨迹骑行一圈，车轮转动了$\frac{35\pi}{0.5\pi}=70$（圈）。

方法二：两个圆面积之比为 16∶9，半径之比为 4∶3，那么周长之和应该是 4+3=7 的倍数，而独轮车直径不含 7 因子，那么转动圈数应该是 7 的倍数。只有 C 满足。

故正确答案为 C 项。

【例 2】B。如下图所示：

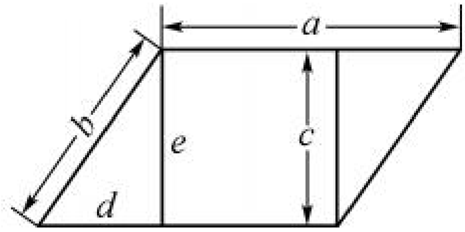


当大火烧到岛中心时，刚好火线最中间点在圆心 O 点位置，因此火线半径（AB、OA、OC）等于小岛半径（OB、OC），则三角形 BAO 和三角形 CAO 均为等边三角形，即$\angle BOA=\angle CAO=60°$，高均为$\frac{\sqrt{3}}{2}$r。由扇形面积=$\frac{n}{360°}\times\pi r^2$可知，$S_1=S_2=S_3=S_4=S_{扇形BAO}-S_{\triangle BAO}=\frac{60°}{360°}\times\pi r^2-\frac{1}{2}\times r\times\frac{\sqrt{3}}{2}r=\frac{1}{6}\pi r^2-\frac{\sqrt{3}}{4}r^2$；过火面积$=S_{扇形BAC}+S_3+S_4=\frac{60°+60°}{360°}\times\pi r^2+2\left(\frac{1}{6}\pi r^2-\frac{\sqrt{3}}{4}r^2\right)=\frac{2}{3}\pi r^2-\frac{\sqrt{3}}{2}r^2$，圆形小岛面积 S=$\pi r^2$。故过火面积所占比例为$\frac{\frac{2}{3}\pi r^2-\frac{\sqrt{3}}{2}r^2}{\pi r^2}=\frac{2}{3}-\frac{\sqrt{3}}{2\pi}$≈40%。故正确答案为 B 项。

4、综合考核

【例 1】D。如下图所示，四边形周长为 24，则 a＋b＝12，a：b：c＝4：2：$\sqrt{3}$，可得 a＝8，b＝4，c＝$2\sqrt{3}$，因为中间为矩形，所以由 b、d、e 构成的三角形为直角三角形，e=c=$2\sqrt{3}$，$d=\sqrt{b^2-e^2}=\sqrt{4^2-(2\sqrt{3})^2}=2$，

因此面积=（a-d）×e=6×2$\sqrt{3}$ =12$\sqrt{3}$ 。



故正确答案为 D 项。

【例 2】B。根据题意，最适合作为飞镖板即阴影部分所占面积比例约为 60%，故需分别求出四个选项阴影所占面积比例。

A 项，赋值圆半径为 1，则 $S_{圆}=\pi r^2=\pi$ ，$S_{三角形}=\frac{1}{2}$×底×高=$\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times\frac{3}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{4}$，占比=$\frac{3\sqrt{3}}{4\pi}$≈41.31%（$\sqrt{3}$≈1.73，$\pi$≈3.14）；

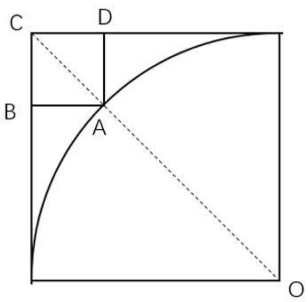
B 项，赋值圆半径为 1，则 $S_{圆}=\pi$ ，$S_{三角形}=\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times3=3\sqrt{3}$， 占比≈3.14÷3$\sqrt{3}$≈60.5%；

C 项，赋值圆半径为 1，则 $S_{圆}=\pi$ ，$S_{正方形}=(\sqrt{2}r)^2$=2，占比≈2÷3.14≈63.69%；

D 项，赋值圆半径为 1，$S_{圆}=\pi$ ，$S_{正方形}$=2×2=4，占比≈3.14÷4≈78.5%。

B 最接近 60%。故正确答案为 B 项。

【例 3】C。用剩余材料切割出最大的正方形，如图所示：大正方形边长为 1 米=100 厘米，则 OC=$100\sqrt{2}$ 厘米，扇形半径为 1 米，即 OA=100 厘米，$AC=100\sqrt{2}-100=100(\sqrt{2}-1)$，则所切的最大正方形 ABCD 的边长约为$\frac{100(\sqrt{2}-1)}{\sqrt{2}}=100-\frac{100}{\sqrt{2}}\approx28.6$（厘米）（$\sqrt{2}\approx1.4$），结合选项，最大选 27.6。

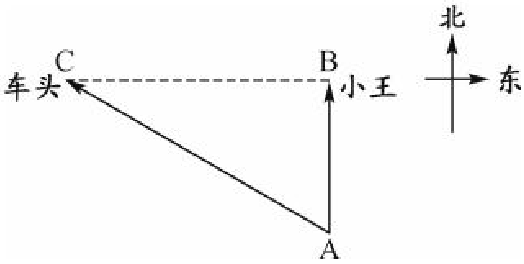


故正确答案为 C 项。

【例 4】A。在△ABC 中，点 D 为 AC 中点，△ABC 面积为 36，故△ABD 面积＝△BDC 面积＝36÷2＝18。点 E 为 BC 边上三等分点，故△ACE 面积＝36÷3＝12，△ABE 面积＝12×2＝24。在三角形 BDC 中，点 E 为 BC 边上三等分点，故△CDE 面积＝18÷3＝6，△BDE 面积＝6×2＝12，B 项错误，排除。由于 C、D 选项中△BDE 面积＝△ACE 面积＝12，如果二者有一个选项正确，另一个一定正确，由于是单选题，故 C、D 都排除。故正确答案为 A 项。

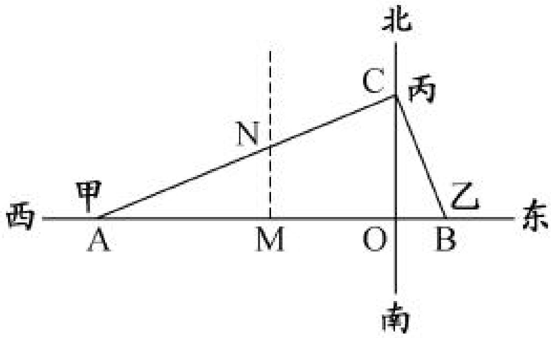
5、路程+几何

【例 1】C。根据题意可假设小王与火车头从同点出发，且小王与火车头始终在同一水平线上。作图如下，△ABC 为直角三角形。



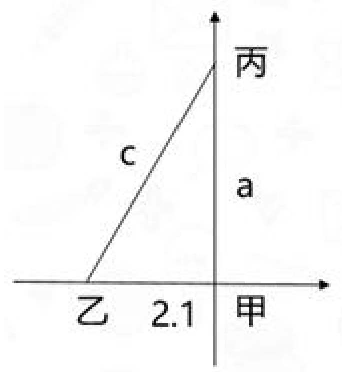
小王速度为 80 千米/小时，火车速度为 160 千米/小时，相同时间内，路程与速度成正比，则 AC=2BC，故在直角三角形 ABC 中，BC=$\sqrt{3}$ AB。小王 1 分钟行驶 $AB=\frac{1}{60}\times 80=\frac{4}{3}$ 千米，最开始距离为 0，此时火车头距离小王 $\sqrt{3}\times\frac{4}{3}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$ 千米，即增加 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ 千米。故正确答案为 C 项。

【例 2】C。根据题意可得下图：



因为甲乙两地距离 AB=26 千米，甲丙两地距离 AC=24 千米，乙丙两地距离 BC=10 千米，可知这三边满足勾股定理，所以△ABC 为直角三角形，$\angle C=90°$。M 为甲乙两地中点，汽车从 M 向正北出发经过甲丙两地时交于 N 点，故 AM=$\frac{26}{2}$=13 千米。在直角三角形 AMN 中，$\angle AMN=90°$。根据两直角三角形都有公共角 $\angle A$ 可推出△ACB∽△AMN，因此 $\frac{AC}{AB}=\frac{AM}{AN}$，代入数据 $\frac{24}{26}=\frac{13}{AN}$，解得 AN≈14.08 千米，那么 NC=AC-AN=24-14.08=9.92 千米，在 C 项范围内，当选。

【例 3】D。设甲丙之间距离为 a 千米，乙丙之间距离为 c 千米，甲乙丙位置如下图所示：



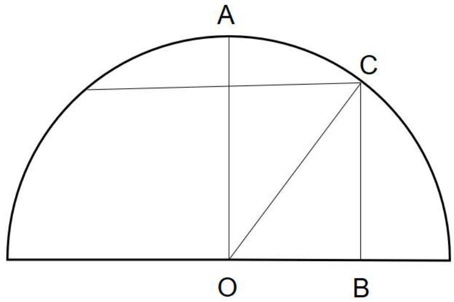
根据勾股定理可知，$a^2+2.1^2=c^2$①，根据回程比去程长 $\frac{1}{3}$ 可知，$2.1+c=\frac{4}{3}a$，化简得 $c=\frac{4}{3}a-2.1$，代入①式，解得 a＝7.2 千米。故正确答案为 D 项。

（二）立体几何计算问题

1、计算表面积

【例 1】B。容器是由一个长方体和一个半圆柱体组合而成的，根据长方体的表面积公式 $S=2\times(ab+bc+ca)$，则此长方体的表面积= $0.5\times1\times2+0.5\times2\times2+1\times2=5$，圆柱表面积公式 $S=2\pi r^2+2\pi rh$，半个圆柱体表面积 $=\frac{\pi\times1\times2+2\times\pi\times0.5^2}{2}=1.25\pi$ 平方米，则容器表面积=5+1.25π≈8.75（π≈3），平均每平方米的涂漆成本 $=\frac{费用}{表面积}=\frac{200}{8.75}\approx22.86$ 元/平方米。故正确答案为 B 项。

【例 2】B。如图所示，以拱门圆心为 O 点。C 点为货车与拱门接触点，过 C 点向地面作垂线，形成直角三角形 OBC，OC＝OA＝4 米，OB＝ $\frac{4.8}{2}$ ＝2.4 米，根据勾股定理，BC= $\sqrt{OC^2-OB^2}$ =3.2 米，如果车头底部与地面的垂直距离为 1.1 米，泡沫板每层高 20 厘米，$\frac{3.2-1.1}{0.2}=\frac{2.1}{0.2}\lhd11$，即每次最多可以装载 10 层泡沫板。



故正确答案为 B 项。

【例 3】两个正方体总的表面积为 6+24=30（平方米），其中两个正方体重合部分面积一共为 2 平方米，而大正方体作为旗台，其底面不用粉刷，其底面积为 2×2=4（平方米），故需要粉刷的面积为 30-2-4=24（平方米）。因此 D 项当选。

2、计算体积

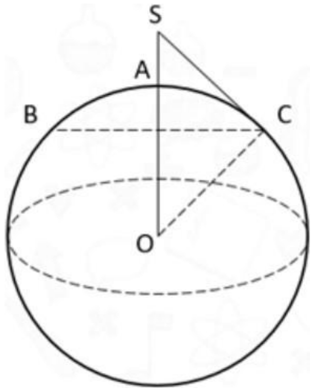
【例 1】C。长方体的棱长总和=4×（长+宽+高），即 168=4（x+4+x+2+x），解得 x=12 厘米。则长方体的长宽高分别为 16、14、12 厘米，体积=16×14×12=2688 立方厘米。故正确答案为 C 项。

【例 2】A。方法一：变化前后谷量不变，也就是体积不变。由谷堆为一个圆锥的四分之一，变化前后圆锥半径之比与弧长之比一致，都为 6∶8=3∶4，根据几何放缩性质可知底面积之比为 9∶16，变化前后体积不变，则高之比为反比，即 16∶9。变化前谷堆高为 2 米，变化后高为 $2\times\frac{9}{16}=\frac{9}{8}$（米）。

方法二：由于谷堆是一个圆锥的四分之一，当底面弧长是 6 米时，底面周长应为 24 米，根据周长公式 C=2πr，$r_1=\frac{24}{2\pi}=\frac{12}{\pi}$，则此谷堆的体积 $V=\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}S\times h=\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}\times\pi\times\frac{144}{\pi^2}\times2$；当底面弧长是 8 米时，底面周长应为 32 米；根据周长公式 C=2πr，$r_2=\frac{32}{2\pi}=\frac{16}{\pi}$，则此谷堆的体积 $V=\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}S\times h=\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}\times\pi\times\frac{256}{\pi^2}\times h$；根据谷堆谷量不变，即体积不变，可知 $144\times2=256\times h$，解得 $h=\frac{9}{8}$（米）。故正确答案为 A 项。

【例 3】B。水深变化前后体积比为 1∶（$1+\frac{61}{64}$）=64∶125，根据“立体图形体积之比等于相似比的平方”，那么圆锥前后的高度之比为 4∶5，原来是 3 米，则水深减少 20%之后是 3÷$\frac{4}{5}$=3.75 米。前后水深减少了 0.75 米是人工湖水深的 20%，那么人工湖水深为 0.75÷20%=3.75 米。故正确答案为 B 项。

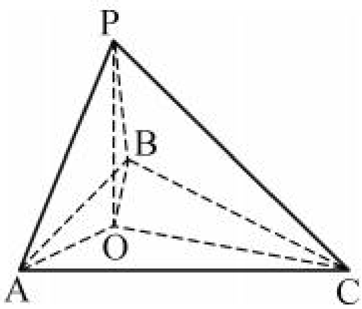
【例 4】C。如下图：



设北极点为 A，地心为 O，SC 与地球相切，即∠SCO＝90°，由 BC 为北纬 45°，即∠SOC＝45°，△SOC 为等腰直角三角形，OC＝R，OS＝$\sqrt{2}$R，SA＝SO-OA=$\sqrt{2}$R－R＝（$\sqrt{2}$－1）R。故正确答案为 C 项。

【例 5】B。等边三角形重心、内心、外心、垂心重合于一点，此点称为等边三角形的中心。围场的正中心即等边三角形各边中线的交点。如图所示，△ABC 为边长为 100 的等边三角形，因此三个顶点 A、B、C 到中心 O 的距离都是$\frac{100\sqrt{3}}{3}$米。

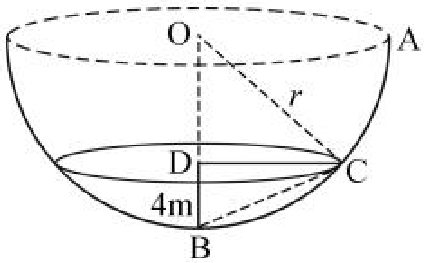
信号塔最高点到最低点 PO 与 OA、OB、OC 都可以构成直角三角形。在直角三角形 POA 中，PA=$\frac{110\sqrt{3}}{3}$，OA=$\frac{100\sqrt{3}}{3}$，根据勾股定理可知 $PO^2=PA^2-OA^2=\left(\frac{110\sqrt{3}}{3}\right)^2-\left(\frac{100\sqrt{3}}{3}\right)^2=700$，则 PO=$\sqrt{700}=10\sqrt{7}$（米）。



故正确答案为 B 项。

【例 6】C。球缺是指球被平面截下的部分，题干中的大坑即为一个球缺。如图所示，球缺高即为 BD 线段长，h=4m；在直角三角形 OCD 中，根据“弹坑直径 16m”，可知截面半径 CD=8m，OD=r-4m，OC=rm，依据勾股定理，（r-4）$^2+8^2=r^2$，解得 r=10；将球的半径 r 与球缺高 h 代入球缺体积公式，可得

V=$\frac{\pi h(3r^2+h^2)}{6}=\frac{4\pi(3\times100+16)}{6}\approx661m^3$，所需=$\frac{661}{10}$=66.1 车次，至少需要 67 车次。故正确答案为 C 项。



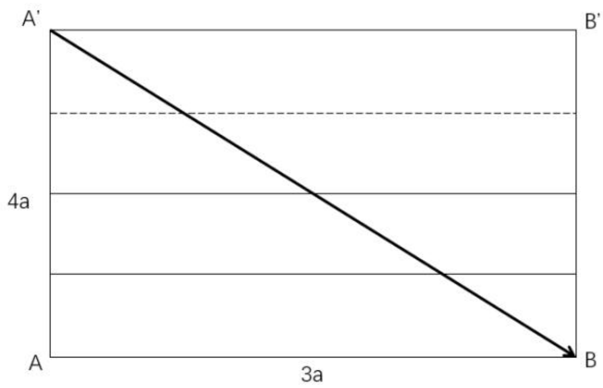
二、几何构造问题

（一）普通构造

【例】C。第 1 条直线将平面分成 2 块，第 2 条直线将平面分成 4 块，画图可得第 3 条直线将平面分成 7 块，枚举发现第 4 条直线将平面分成 11 块。平面数依次为：2，4，7，11……，相邻两项做差得 2，3，4……是公差为 1 的等差数列。那么以此类推，第 5 条直线将平面分成 11＋5＝16（块），第 6 条直线将平面分成 16＋6＝22（块）。故正确答案为 C 项。

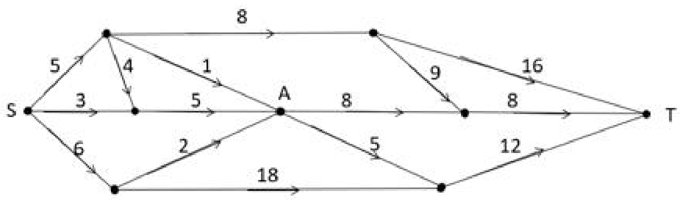
（二）最短距离

【例 1】B。根据题意，把蚂蚁所爬路径展开到一个平面上，如下图所示（A'和 B'为 A、B 展开后的对应点）



若用时最短，则需蚂蚁爬过的路径最短，即蚂蚁沿 A'走直线到 B，再从 B 到 A，由题干可知，AA'=4a，AB=3a，根据勾股定理：A'B=$\sqrt{(4a)^2+(3a)^2}=\sqrt{25a^2}=5a$。则蚂蚁爬过的全部路径 S=A'B+BA=5a+3a=8a，所求时间 t=$\frac{S}{V}=\frac{8a}{m}$秒。故正确答案为 B 项。

【例 2】



求 S 点到 T 点的最短距离，可以先分两部分考虑，如图所示，即 S 点到 A 点，再由 A 点到 T 点。从 S 点到 A 点，共有 4 条路线，显然最短距离为 5+1=6 千米，从 A 点到 T 点，共有 2 条路线，显然最短距离为 8+8=16 千米，此时最短距离为 6+16=22 千米。虽然从 S 点出发不经过 A 点，也有其他路线到达 T 点，但均大于 22 千米，即水从 S 点流到 T 点最短的距离为 22 千米。故正确答案为 B 项。

第七节 排列组合与概率问题

一、排列组合问题

（一）常规排列组合问题

1、排列与组合

【例 1】A。由题干“今天之内要完成尽可能多数量样本的检测”，可知先从每一份花费时间少的水样开始检测，这样可以保证在 38 分钟内完成的数量最多。如下表所示：

	第一种	第二种	第三种	第四种
数量	5 份	3 份	2 份	4 份
分钟/每份	8	4	6	7

故按照第二种、第三种、第四种、第一种的顺序检测，凑够 38 分钟。检测第二种水样需 3×4=12（分钟），检测第三种水样需 2×6=12（分钟），再从第四种水样的 4 份中随机选 2 份进行检测，所需时间为 7×2=14（分

钟），刚好凑够 38 分钟，且保证了检测数量最多。因题干求有多少种不同的检测组合方式，即考虑组合情况数（不需考虑顺序），故第二种、第三种水样全选，均为 1 种情况；从第四种水样中随机选 2 份有份有$C_4^2=6$（种）（种）组合方式，所以总组合数=1×1×6=6（种）。故正确答案为 A 项。

【例 2】B。每个圆锥体有底面、斜面两个面需要涂色，每个面都可以在 3 种颜色里任选一种，则每个圆锥体有 $C_3^1\times C_3^1$=9 种。“彼此不完全相同”，意指任选 2 个零件，不是完全一样的涂色方法（例如可以底面一个颜色但斜面不同），那么即在 9 种涂色方式中选择 5 种作为零件涂色方式即可，共有 $C_9^5=126$ 种。故正确答案为 B 项。

2、分类分步

【例 1】B。首先从 6 种干货中随机选 3 种各 1 小袋，有 $C_6^3=20$ 种，其次从 1 袋小米或者红豆中选择一种，有 $C_2^1=2$ 种，故内容不完全相同的礼盒共有 20×2＝40 种。故正确答案为 B 项。

【例 2】A。方法一：甲不能去 A 可以分三类讨论：（1）甲去 B，那么剩下的三人随意排列，但是不存在丙去 C，丁去 A，乙去 D 的情况，有 A_3^3－1＝5（种）情况；（2）甲去 C，剩下三人可随意排列，有 A_3^3＝6（种）情况；（3）甲去 D，那么丙不能去 C，有 C_2^1＝2（种）方式，剩下的乙丁随意排列有 A_2^2＝2（种），共 2×2＝4（种）情况。那么一共有 5＋6＋4＝15（种）方式。

方法二：分情况讨论如下：丙去 C，则根据已知条件，则丁一定去 D，甲不能去 A，只能去 B，所以乙去 D。有 1 种情况；丙不去 C，又可分为如下两种：①丙去 A，则有 A_3^3＝6（种）情况；②丙不去 A，有 2 种选择，甲也有 2 种选择，乙和丙有 A_2^2=2 种排列，此时有 2×2×2=8 种情况。那么一共有 1＋6＋8＝15（种）方式。

故正确答案为 A 项

【例 3】择一个配送员给 A 地送 1 箱的情况数为：$C_6^1\times C_3^1=18$（种）方法；选择一个剩下的配送员给 B 地送 2 箱的情况数为：$C_5^2\times C_2^1=20$（种）方法；最后剩下的一个配送员将剩下的 3 箱送给 C 地，情况数为 1（种）方法，则所求情况数为 18×20×1=360（种）方法。故正确答案为 C 项。

（二）排列组合常见模型

1、枚举分析型

【例 1】设两公司分别为 A、B，由于同一公司节目不能连续出场，且 A 公司有三个节目，B 公司两个节目，因此两个公司的上场顺序只能是“ABABA”，因此节目出场顺序的方案共有 $A_3^3\times A_2^2=6\times 2=12$（种），因此 A 项当选。

2、优先考虑型

【例 1】设 6 辆车的位置依次为 1 号到 6 号，按照题干要求，甲车和乙车只能排在 2 号位或 5 号位，则有 2 种情况，其余 4 辆车可任意排列，因此总共的排法数为 2× A_4^4=2×24=48（种）。因此 A 项当选。

【例 2】在排列中，首先考虑特殊条件，“第一位出场和第七位出场歌手由踢馆歌手和上一场比赛第一名歌手抽取”，则共有 2 种情况；“剩余出场顺序由其他歌手抽取”，则在剩余 5 位出场中，所有可能抽取的情

况数共有 A_5^5＝120（种）。则本场比赛的出场顺序共有 2×120＝240（种）情况。故正确答案为 A 项。

3、相邻问题型

【例 1】概率=满足的情况数÷总情况数。总情况数使用捆绑法，4 个部门看成 4 个整体进行环形排列共有 $A_{n-1}^{n-1}=A_3^3$ 种，每个部门内部排序共有 $(A_2^2)^4$ 种，共有 $2^4\times A_3^3$ 种方式。满足要求的情况为小李和小王所在部门挨着且相邻的是这两人，4 个人变成一个大组，此时相当于 3 组人员进行圆桌排列，有 A_2^2 种情况，每个部门内部排序共有 $(A_2^2)^3$ 种，共有 $2^3\times A_2^2$ 种方式。则所求概率为 $\frac{2^3\times A_2^2}{2^4\times A_3^3}=\frac{1}{6}$。故正确答案为 D 项。

【例 2】B。由题干"甲和乙的走访次序要相邻"，可知将甲、乙捆绑，甲、乙排序有 $A_2^2=2$（种）情况。根据"丙要在丁之前走访，戊要在丙之前走访"，即此三人只能按照戊、丙、丁的顺序排列，将捆绑后的甲、乙进行插空，即 4 种可能。己只能在第一个或最后一个走访，有 2 种情况。所以总情况数为 2×4×2=16（种）。故正确答案为 B 项。

4、不相邻问题型

【例 1】方法一：考虑逆向思维解题，甲队与乙队不能分在同一组情况数=总情况数－甲队与乙队分在同一组情况数。总情况数为 6 支报名参赛的队伍将平均分为上午组和下午组进行小组赛，$C_6^3\times C_3^3=20$（种），甲队与乙队分在同一组，再从剩余 6－2=4 队中选一队，区分上下午，有 C_4^1×2=8（种）。则所求情况数为 20－8=12（种）。

方法二：从除甲、乙外的四个队伍中选出 2 支队伍与甲队组成一组，其余 2 支队伍与乙队组成一组，共 $C_4^2=6$（种）。而甲队可能在上午组或下午组，因此总情况数共有 2×6=12（种）。

故正确答案为 D 项。

【例 2】B。六个人坐在圆型旋转木马的情况总数为 $A_{6-1}^{6-1}=A_5^5=120$。

方法一：现先让四个孩子去坐，情况数为 $A_{4-1}^{4-1}=A_3^3$，四个孩子之间可形成 4 个空，再让两个大人各选一个空，情况数为 A_4^2，故两个大人不相邻的情况数为 $A_3^3\times A_4^2$=6×12=72，题目所求概率为 $\frac{72}{120}=\frac{3}{5}$。

方法二：考虑反面，两个大人相邻情况数为 $A_2^2\times A_{5-1}^{5-1}$=2×24=48，题目所求概率为 $1-\frac{48}{120}=\frac{3}{5}$。

故正确答案为 B 项。

【例 3】A。刘、陈二人必须同组，且甲乙两地各需两人，则刘陈二人组成的队伍可在甲乙两地中选择一个，情况数为 C_2^1；张、王二人不能同组，则在二人中选择一人前往丙地，此时剩余二人自动组成小组，情况数为 C_2^1。则不同的安排方式共有 $C_2^1\times C_2^1=2\times2=4$ 种。故正确答案为 A 项。

5、至少分配型

【例 1】根据题意可分为 2 种情况：①每个会场 3 人，即从 6 人中任选 3 人去一个会场，有 $C_6^3=20$ 种情况；②一个会场有 2 人，另一个会场有 4 人，即从 6 人中任选 2 人有 $C_6^2=15$ 种情况，任选 1 个会场去 2 人有 $C_2^1=2$ 种情况，分步用乘法，有 15×2=30 种情况。分类用加法，则共有 20+30=50 种情况。故正确答案为 C 项。

【例 2】B。若小张工作时每天都完成 5 次维修任务，则上个月应完成 5×20=100 次维修任务，而上个月实际共完成 98 次维修任务，说明有以下两种情况：

一、某一天完成 3 次维修任务，其余的工作时间每天完成 5 次维修任务：从工作的 20 天中选出 1 天，有 $C_{20}^1=20$ 种情况；

二、某两天是每天完成 4 次维修任务，其余的工作时间每天完成 5 次维修任务：从工作的 20 天中选出 2 天，有 $C_{20}^2=190$ 种情况。

所以他上个月每天完成的维修任务次数有 20+190=210 种情况。故正确答案为 B 项。

6、其他问题

【例 1】方法一：2 名超过 50 岁的员工不在同组，则 2 名 50 岁员工要么分在 2 个 3 人组，要么分在 1 个 2 人组 1 个 3 人组。2 名超过 50 岁的人分在 2 个 3 人组，有 $C_6^2C_4^2C_2^2=90$（种）情况；2 名超过 50 岁的人分在 1 个 2 人组 1 个 3 人组，有 $A_2^2C_6^2C_4^1=120$（种）情况；所以不同分组的方案共有 90+120=210（种）。

方法二：将 8 人分成人数分别为 3、3、2 的 3 组，总共有 $\frac{C_8^3C_5^3}{A_2^2}=280$（种）情况；2 名超过 50 岁的员工同在 3 人组的情况有 $\frac{C_2^1C_6^1C_5^3}{A_2^2}=60$（种）；2 名超过 50 岁的同在 2 人组的情况有 $\frac{C_6^3}{A_2^2}=10$（种）；所以不同分组的方案共有 280–60–10=210（种）。

因此 D 项当选。

【例 2】此题为**错位重排**问题的变形题型，错位重排数公式为：$D_n=(n-1)(D_{n-1}+D_{n-2})$。题目为 5 人的错位重排，$D_5=(5-1)(9+2)=44$（种）。因此 C 项当选。

【例 3】方法一：若 6 个人围成一圈，不考虑挨在一起，则方法有：$A_5^5=120$（种）。而要求小华和小明需要挨在一起的方法属于其中的一种特殊情况，应小于 120。因此 H 项当选。

方法二：将小华和小明进行捆绑，看作是一体，则安排方法有 $A_4^4\times A_2^2=24\times2=48$（种）。因此 H 项当选。

【例 4】不管怎么走，小张到达目的地共要经过 5 条街道，并且这 5 条街道里包括 3 条向北的和 2 条向东的。因此，上班的不同走法就是从这 5 条街道里选出 2 条向东的，或者 3 条向北的。因此走法有 $C_5^2=C_5^3=10$（种）。因此 D 项当选。

二、概率问题

（一）常规概率问题

【例 1】C。小李选中 A 课程的概率=$\frac{小李选中A课程可能情况数}{选择课程人数总情况数}$，A 课程限选 30 人，而小李可以为 30 人

中任意 1 人，共有 30 种情况，而总选课人数为 90 人，选课人数总情况数为 90 种，所以所求概率为 $\frac{30}{90}=\frac{1}{3}$。

故正确答案为 C 项。

【例 2】D。方法一：获奖的概率＝1－不获奖的概率，不获奖的情况可分为两类：①恰有一个数字相同，有 $C_4^1C_6^3=80$ 种情况；②四个数字均不相同，有 $C_6^4=15$ 种情况。总的情况数为 $C_{10}^4=210$。获奖的概率＝$1-\frac{80+15}{210}=\frac{23}{42}$。

方法二：①取出的四个数字均与主办方一样，有 1 种情况；②恰有三个数字相同，有 $C_4^3\times C_6^1=24$ 种情况；③恰有两个数字相同，有 $C_4^2\times C_6^2=90$ 种情况；获奖的概率＝$\frac{1+24+90}{210}=\frac{23}{42}$。

故正确答案为 D 项。

【例 3】C。方法一：未来两天天气状况不同，可分三类：①第一天晴天、第二天非晴天，$P_1=50\%\times(1-80\%)=10\%$；②第一天下雨、第二天非下雨，$P_2=20\%\times(1-10\%)=18\%$；③第一天下雪、第二天非下雪，$P_3=30\%\times(1-10\%)=27\%$。则题干所求 $=P_1+P_2+P_3=10\%+18\%+27\%=55\%$。

方法二：未来两天天气状况不同的概率=1-未来两天天气相同的概率。未来两天天气相同总共分为三类：①都是晴天，概率为 50%×80%=40%；②都是下雨，概率为 20%×10%=2%；③都是下雪，概率为 30%×10%=3%。则题干所求=1-40%-2%-3%=55%。

故正确答案为 C 项。

【例 4】C。先给每个部门分 1 人，还剩 3 人。要想有 4 人组，则剩余的 3 人分到同一个部门，有 $C_{12}^1=12$ 种情况。要想有 3 人组，则剩余的 3 人中有 2 人分到同一组，另外 1 个人分到其他组，有 $A_{12}^2=12\times11=132$（种）情况。因为总情况数固定，故有部门获得名额为 3 的概率是名额为 4 的 132÷12＝11 倍。故正确答案为 C 项。

【例 5】C。假设男职工 x 人，女职工则是（x+2）人，根据题意可得 x+x+2=10，解得 x=4。故该科室男职工 4 人，女职工 6 人。随机选 2 人听报告，女职工人数不得少于 1 人，则有两种情况：①女职工 1 人，男职工 1 人，则是 $C_6^1\times C_4^1$=24 种情况；②女职工 2 人，则是 $C_6^2=15$ 种情况。

故总情况数是 24+15=39 种。现要小张和小刘同时选上，一共只选择两个人，故同时选上的情况数只有 1 种。$P=\frac{\text{符合情况数}}{\text{总情况数}}=\frac{1}{39}\approx2.6\%$。故正确答案为 C 项。

【例 6】B。根据题意，170 多人，即总人数在 170～179 之间，可以被平分为 7 组，这范围内 7 的倍数只有 175，那么这批人才共 175 人。党员比非党员多 3 倍，那么非党员如果为 x 党员人数为 4x，5x=175，解得 x=35，党员人数为 35×4=140，进一步锻炼的人数为 140×10%=14。

14 个人分到 12 个地方，每个地方至少分一个，分法有两种：①一个单位 3 人，其余单位 1 人，情况数为 $C_{12}^1\times C_{14}^3\times A_{11}^{11}$；②两个单位 2 人，其余单位 1 人，情况数为 $C_{12}^2\times C_{14}^2\times C_{12}^2\times A_{10}^{10}$。甲单位人数多于 1 也有两种情况：①甲单位 3 人，情况数为 $C_{14}^3\times A_{11}^{11}$；②甲单位 2 人，情况数为 $C_{11}^1\times C_{14}^2\times C_{12}^2\times A_{10}^{10}$。

则满足题意的概率为 $\frac{C_{14}^3\times11+C_{11}^1C_{14}^2C_{12}^2}{C_{12}^1C_{14}^3\times11+C_{12}^2C_{14}^2C_{12}^2}=\frac{4+C_{12}^2}{C_{12}^1\times4+C_{12}^2\times6}=\frac{35}{222}$，直除首两位商 15，在 14%～17%之间。

故正确答案为 B 项。

（二）超几何分布

【例 1】D。至少猜对 1 个的概率=1-全猜错的概率。总的情况数为从 10 个中任意挑选三个，情况数为 C_{10}^{3}，全猜错的情况为从错误的七个里面任意挑选三个，情况数为 C_{7}^{3}，全猜错的概率 P=$\frac{C_{7}^{3}}{C_{10}^{3}}=\frac{7}{24}$，因此至少猜对一个的概率为 $1-\frac{7}{24}=\frac{17}{24}\approx 70.8\%$。故正确答案为 D 项。

【例 2】D。方法一：概率=满足条件的情况数÷总的情况数，总的情况数为从 10 个人中选 5 人参战，共 $C_{10}^{5}=252$ 种。完成突击任务可以分为三种情况：①抽到 3 名特种兵、2 名非特种兵，情况数为 $C_{6}^{3}\times C_{4}^{2}=120$ 种；②抽到 4 名特种兵、1 名非特种兵，情况数为 $C_{6}^{4}\times C_{4}^{1}=60$ 种；③抽到 5 名特种兵，情况数为 $C_{6}^{5}=6$ 种，完成任务的情况数共 120+60+6=186 种，概率为 $\frac{186}{252}=\frac{31}{42}$。

方法二：逆向考虑，不能完成突击任务的情况包括两种：①抽到 1 名特种兵、4 名非特种兵，情况数为 $C_{6}^{1}C_{4}^{4}=6$ 种；②抽到 2 名特种兵、3 名非特种兵，情况数为 $C_{6}^{2}C_{4}^{3}=60$ 种；共 6+60=66 种，故成功完成突击任务的概率为 $1-\frac{66}{252}=1-\frac{11}{42}=\frac{31}{42}$。故正确答案为 D 项。

【例 3】D。设另外两位选手分别为甲、乙，半决赛分组共有 $\frac{C_{4}^{2}}{A_{2}^{2}}=3$ 种情况，小王和小张均在半决赛中获胜，即两人不被分为一组，因此还剩 2 种情况：

①小王与甲同组、小张与乙同组，两人均在半决赛获胜的概率为 $\frac{1}{3}\times 60\%\times 40\%=\frac{2}{25}$；

②小王与乙同组、小张与甲同组，两人均在半决赛获胜的概率为 $\frac{1}{3}\times 60\%\times 40\%=\frac{2}{25}$。

小王和小张均在半决赛中获胜的概率为 $\frac{2}{25}+\frac{2}{25}=\frac{4}{25}$。故正确答案为 D 项。

（三）抽签模型

【例 1】A。总的情况为 $A_{5}^{2}=20$ 种，第一次猜中的概率为 $\frac{1}{20}$；第一次猜错第二次猜中的概率为 $\frac{19}{20}\times\frac{1}{19}=\frac{1}{20}$；前两次均错第三次猜中的概率为 $\frac{19}{20}\times\frac{18}{19}\times\frac{1}{18}=\frac{1}{20}$。则在前三次猜中正确密码的概率是：$\frac{1}{20}+\frac{19}{20}\times\frac{1}{19}+\frac{19}{20}\times\frac{18}{19}\times\frac{1}{18}=\frac{3}{20}$。故正确答案为 A 项。

【例 2】A。概率=满足情况数÷总的情况数。奇数有 1、3、5、7、9 五种情况，总的情况数：第一步先从 5 个数中选择出两个奇数，有 C_{5}^{2} 种情况，第二步找出一个奇数出现两次，另一个单独出现的奇数选择顺序即可全部确定，有 $C_{2}^{1}A_{3}^{1}$ 种，因此总的情况有 $C_{5}^{2}\times C_{2}^{1}A_{3}^{1}=60$ 种。

根据题意，不超过两次即正确，可以分为两类，第一类为第一次输入即正确，概率为 $\frac{1}{60}$，第二类为第一次

输入错误（概率为$1-\frac{1}{60}=\frac{59}{60}$），且第二次输入正确，要从剩下 59 次输入 1 次即正确概率为$\frac{1}{59}$，概率为$\frac{59}{60}\times\frac{1}{59}=\frac{1}{60}$。将两类概率相加$\frac{1}{60}+\frac{1}{60}=\frac{1}{30}$。故正确答案为 A 项。

（四）二项分布概率问题

【例 1】D。成活一棵的概率为 80%=$\frac{4}{5}$，至少成活 2 棵包含两种情况：成活 2 棵和成活 3 棵，成活 2 棵的概率为$C_3^2\times\frac{4}{5}\times\frac{4}{5}\times\frac{1}{5}=\frac{48}{125}$，成活 3 棵的概率为$\frac{4}{5}\times\frac{4}{5}\times\frac{4}{5}=\frac{64}{125}$，则至少成活 2 棵的概率为$\frac{48}{125}+\frac{64}{125}=\frac{112}{125}$。故正确答案为 D 项。

【例 2】重复打靶两次，甲中靶概率为 0.6，乙中靶概率为 0.3。而“乙战胜甲”包含三种情况：①乙两发全中而甲只中一发；②乙两发全中而甲中零发；③乙中一发而甲中零发。第一种情况的概率为 0.3×0.3×（C_2^1×0.6×0.4）=0.09×0.48，第二种情况的概率为 0.3×0.3×（0.4×0.4）=0.09×0.16，第三种情况的概率为C_2^1×0.3×0.7×（0.4×0.4）=0.42×0.16，则“乙战胜甲”的概率为 0.09×（0.48+0.16）+0.42×0.16=0.09×0.64+0.42×0.16=0.16×（0.36+0.42）×100%=12.48%，介于 12%与 15%之间，因此 C 项当选。

【例 3】根据“甲每局获胜的概率是乙每局获胜概率的 1.5 倍”，设乙的概率为 x，则甲的概率为 1.5x，由 1.5x+x=1，解得 x=0.4，即甲获胜的概率为 0.6，乙为 0.4。

A 项，比赛在 3 局内结束，有两种情况：①甲连胜 3 局，概率=0.6×0.6×0.6=0.216；②乙连胜 3 局，概率=0.4×0.4×0.4=0.064。故总概率=0.216+0.064=0.28。

B 项，乙连胜 3 局获胜，有三种情况：①乙前 3 局连胜，概率=0.4×0.4×0.4=0.064；②乙第 2、3、4 局连胜，概率=0.6×0.4×0.4×0.4=0.0384；③乙第 3、4、5 局连胜，概率=0.6×0.6×0.4×0.4×0.4=0.02304；故总概率=0.064+0.0384+0.02304=0.12544。

C 项，甲获胜且两人均无连胜，只有一种情况，即甲获胜三局且分别是第 1、3、5 局获胜，概率=0.6×0.4×0.6×0.4×0.6=0.03456。

D 项，乙用 4 局获胜，则第四局必然是乙获胜，且前三局中乙有两局获胜，因此概率=C_3^2×0.4×0.4×0.6×0.4=0.1152。

比较四种情况概率大小，故正确答案为 A 项。

（五）其它类型题目

1、全概率公式、贝叶斯公式

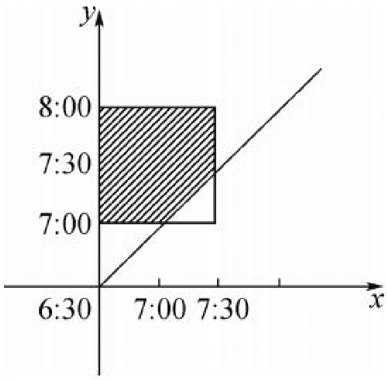
【例 1】A。根据四个车间生产效率之比为 4：3：2：1，赋值甲、乙、丙、丁四个车间每小时分别生产 400 个、300 个、200 个、100 个零件。则 1 小时内甲生产的不合格产品为 400×2%=8 个，乙生产的不合格产品为 300×3%=9 个，丙生产的不合格产品为 200×4%=8 个，丁生产的不合格产品为 100×5%=5 个。因此不合格产品是乙车间生产的概率=$\frac{\text{乙车间不合格的产品数}}{\text{四个车间不合格的产品总数}}=\frac{9}{8+9+8+5}=\frac{9}{30}$=30%。故正确答案为 A 项。

【例 2】D。乘地铁概率为 0.6，乘地铁 18：45 之前到家的概率为 0.8，则选择乘地铁且 18：45 之前到家的概率为 0.6×0.8=0.48；小张要么乘地铁，要么乘公交，则乘公交的概率为 1-0.6=0.4，乘公交 18：45 之前到家的概率为 0.7，则选择乘公交且 18：45 之前到家的概率为 0.7×0.4=0.28。则小张 18：45 之前到家的概率为 0.48+0.28=0.76。故正确答案为 D 项。

2、几何概率

【例 1】D。设横轴 x 为小王到的时间，纵轴 y 为班车到的时间，则只有当 x≤y，小王能够坐上班车，即直线 x≤y、6：30≤x≤7：30、7:00≤y≤8:00 围成的区域；如下图所示，只有在阴影部分区域小王能够坐上班

车，本题所求概率即求阴影部分面积占整个图形 ABCD 面积的比例。由图可得，假设边长为 1，则面积=1×1=1，空白部分为一个等腰直角三角形，面积为$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$，则阴影部分面积=1-$\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$，占总面积的$\frac{7}{8}$。



故正确答案为 D 项。

【例 2】C。两人相差不超过 10 分钟到达可交易成功，取特殊值确定图像。

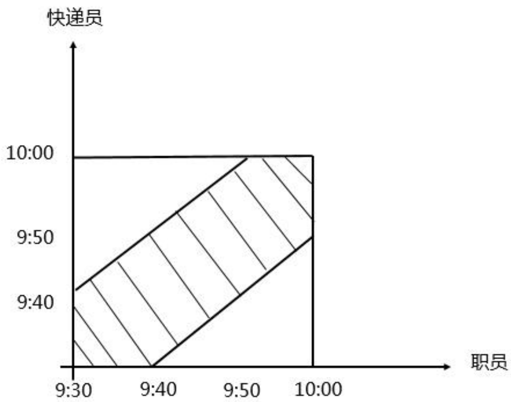
①职员 9:30 到，快递员在 9:30～9:40 之间到即可；

②职员 9:40 到，快递员在 9:30～9:50 之间到即可；

③职员 9:50 到，快递员在 9:40～10:00 之间到即可；

④职员 10:00 到，快递员在 9:50～10:00 之间到即可。

如下图所示，只有在阴影部分区域两人才能够相遇，即求阴影部分面积占整个正方形的比例 $=1-\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times2=\frac{5}{9}$。



故正确答案为 C 项。

3、公式的考核

【例】C。根据题意“若选小李或小张，就不能选小王”，即小李或小张入选时，小王一定不入选，小王入选时，小李和小张都不入选。“三人中有人入选”有以下四种情况：

①小李和小张同时入选，此时小王一定不入选：概率为 0.1；

②小李入选、小张不入选，此时小王一定不入选：当小李入选时有两类情况：小李单独入选和小李和小张共同入选，所以小李单独入选的概率=小李入选的概率-小李和小张共同入选的概率=0.2-0.1=0.1。

③小张入选、小李不入选，此时小王一定不入选：当小张入选时有两类情况：小张单独入选和小李和小张共同入选，所以小张单独入选的概率=小张入选的概率-小李和小张共同入选的概率=0.2-0.1=0.1。

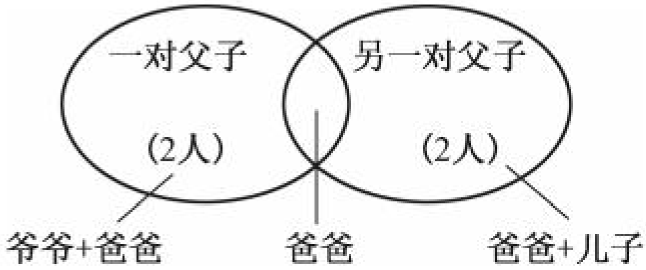
④小李与小张都未入选，小王单独入选：概率为 0.2。

故“三人中有人入选”的概率是 0.1+0.1+0.1+0.2=0.5，对应 C 项。故正确答案为 C 项。

第八节 集合问题

【例题引入】

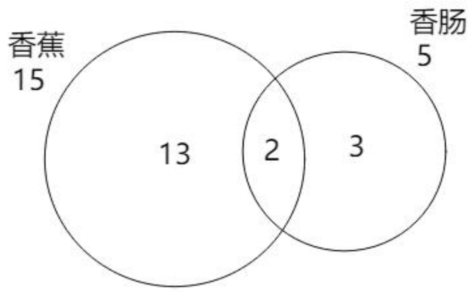
解析：两对父子，应该一共打了 4 只野兔才对，怎么打了 3 只呢？其实是因为他们其实是三个人，分别是孙子，爸爸和爷爷，其中爸爸属于重复了的那个人。



一、两集合型

【例 1】共两个兴趣小组，其中 80%的学生参加地理兴趣小组、50%的学生参加生物兴趣小组，则有 80%+50%-100%=30%的学生同时参加两个兴趣小组，共 300×30%=90（人）。故正确答案为 C 项。

【例 2】赋值只吃香肠的狒狒数量为 3，根据题意可得：两种食物都吃的狒狒数量为$3\times\frac{2}{3}=2$，吃香肠的狒狒数量为 2+3=5，吃香蕉的狒狒数量为$5\times3=15$，只吃香蕉的狒狒数量为 15-2=13，如下图所示。因此有进食的狒狒数量为 15+3=18，则狒狒总数为$\frac{18}{90\%}=20$，未进食的狒狒数量为 20-18=2，故未进食的狒狒是只吃香蕉的狒狒数量的$\frac{2}{13}$。



故正确答案为 C 项。

【例 3】设去年考核结果为优的有 x 人，则良及以下的为（100-x）人；今年考核结果为优的为 1.2x 人，则良及以下的为（100-1.2x）人。根据题意，两年总人数均为 100，今年考核结果为良及以下的人员比去年少了 100×15%=15（人），可列式 100-1.2x=100-x-15。解方程得 x=75，则今年获优的有 1.2×75=90（人）。根据两集合容斥原理，75+90－两年都为优的人数=100－两年都不是优的人数，要使“两年都为优的人数”最少，则“两年都不是优的人数”取最小数 0，此时两年考核结果均为优的人数=75+90－100=65。故正确答案为 B 项。

【例 4】赋值优品数为 2，则只有测评I合格的为 4，那么测评I合格数为 2+4=6。根据测评I、II合格之比为 6∶5，可推知测评II合格数为 5，那么合格的产品数为 6+5-2=9，由产品次品率为 10%，可知合格率为 90%。则总数为 10，不合格产品为 1。该产品的优品率为$\frac{2}{10}\times100\%=20\%$。因此 C 项当选。

二、三集合型

（一）三集合标准型

【例 1】设三种食品添加剂都不达标的为 x 种，根据容斥原理三集合标准型公式：A+B+C-A∩B-B∩C-A∩C+A∩B∩C=总数-都不满足，则有 68+77+59-54-43-35+30=120-x，得到 x=18（可使用尾数法进行计算）。故正确答案为 E 项。

【例 2】由题意可知，会法文是会日文人数的 2 倍，因此会法文的人数是偶数，且会法文比会英文多 4 人，

则会英文的人数为偶数，已知小李是唯一掌握一种以上外语的人且小李会英语，则只会英文的人数为奇数，排除 A、B 两项。代入 C 项，若只会英文的有 3 人，则会英文的人数为 3+1=4（人）（1 人指小李），会法文的有 4+4=8（人），会日文的有 8÷2=4（人），根据三集合标准型公式：4+8+4-1+0=15>10（单位：人），排除。故正确答案为 D 项。

【例 3】设去 A、C 景点的游客有 x 人，根据容斥原理标准公式：A∪B∪C=A+B+C-A∩B-B∩C-A∩C+A∩B∩C，可得 35+32+27-20-15-x+8=50-1，可得 x=18；因此恰好去了两个景点的有 20+15+18-3×8=29（人）。故正确答案为 A 项。（注意：此题中的“有两个游客去完一个景点后先行离团”为无关条件，对做题无影响。）

（二）三集合非标准型

【例 1】根据题意，按照三集合非标准公式“A+B+C-仅满足两者-2×满足三者=总数-三者都不满足”可知，收回问卷 179+146+246-24-2×115+52=369（份），由“问卷回收率为 90%”可知，总问卷数为 369÷90%=410（份）。因此 D 项当选。

【例 2】题中给出职工总数和三个班分别人数，根据三集合非标准公式：“A+B+C-仅满足两者-2×满足三者=总数-三者都不满足”进行列式。“每个职工至少参加一个班”，则“都不满足”数为 0。代入数据：36+20+28-报两个班-2×报三个班=72，要想使报三个班的人数最多，则报两个班的人数最少为 0，解得同时报名三个班的职工数至多为 6 人。因此 A 项当选。

【例 3】由题意可知，参加跳远的有 100-50=50（人），参加跳高的有 100-60=40（人），参加赛跑的有 100-70=30（人）；则总共有 50+40+30=120（人次）参加活动，由于每人至少参加一项，则还剩余 120-100=20（人次）。要使得参加不止一项的人数最少，那么重复参加的人全部都是参加 3 个项目的。因为重复参加的人都是 3 个项目则 20 人次被重复计算了 2 次，则所求人数=20÷2=10。因此 B 项当选。

三、多集合反向构造型

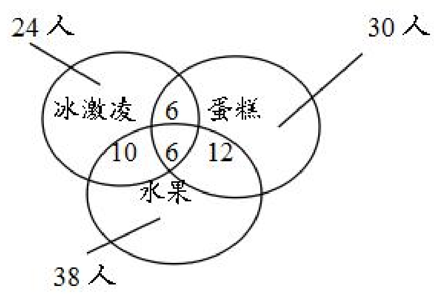
【例 1】三个人没有借阅过的杂志分别是 25 本、30 本、40 本，共 95 本。要让共同借阅的杂志最少，就应让没有借阅过的杂志不重复，取极大值。所以共同借阅的杂志最少 100－95＝5（本）。因此 A 项当选。

【例 2】要求使用过全部四款手机软件的人数最少，则应让没使用过全部四款手机软件的人尽可能多。根据题意，没有使用过甲软件的人有 $1-68\%=32\%$，没有使用过乙软件的人有 $1-87\%=13\%$，没有使用过丙软件的人有 $1-75\%=25\%$，没有使用过丁软件的人有 $1-82\%=18\%$。

当没有使用过任意一种软件的人均不重复时，没使用过全部四款手机软件的人最多。此时没有使用过全部四款手机软件的人为 $32\%+13\%+25\%+18\%=88\%$，则使用过全部四款手机软件的人至少有 $1-88\%=12\%$，即 $1000\times12\%=120$（人）。故正确答案为 A 项。

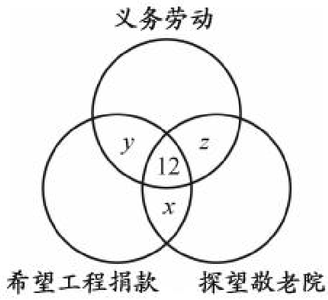
四、特殊解题技巧——画图标数

【例 1】如下图所示：



如图所示，共有 24 人吃冰淇淋，其中有 12 人吃了蛋糕，16 人吃了水果，既吃了蛋糕又吃了水果的有 6 人，则只吃了冰淇淋的人数为 24-（10+6+6）=2（人）；同理，只吃了蛋糕的人数为 30-（6+6+12）=6（人）；只吃了水果的人数为 38-（10+6+12）=10（人），则只吃一样东西的人数为 2+6+10=18（人）。故正确答案为 B 项。

【例 2】如下图所示：



由题意可得：只参加一项的人数与参加超过一项（两项和三项）的人数相同，即二者各占总数的一半，因此不止参加一项活动的人数为80÷2=40(人)，同时已知参加三项活动的有12人，所以参加两项活动的有40-12=28（人）。假设只参加探望敬老院与捐款这两项活动的人数为x，只参加捐款与义务劳动这两项活动的人数为y，只参加探望敬老院与义务劳动这两项活动的人数为z，则$x+y+z=28$。又已知只探望敬老院的人比只参加义务劳动的人多16人，则题目所求为16+（$x-y$），而$x+y+z=28$，所以当$x=28$，$y=z=0$时，（$x-y$）取得最大值为28，则探望敬老院的人最多比参加义务劳动的人多16+28=44（人）。故正确答案为D项。

第九节 最值问题

一、抽屉原理

【例1】根据“至少……保证……”可知本题为最不利构造，答案为“所有最不利情况+1”。最不利的情况是把所有月季花、牡丹花都搬出来，即搬出20+20=40（盆）。在此基础上再搬1盆，就能够保证搬出的鲜花中一定有郁金香，即至少要搬出40+1=41（盆）。故正确答案为D项。

【例2】根据“至少……保证”可知本题为最不利构造型问题，答案为最不利情况数+1。要保证30名找到工作的人专业相同，最不利情况为各专业的人尽量多且均小于30人，即软件设计29人，市场营销29人，财务管理20人，人力资源16人。故“至少”需要29+29+20+16+1=95（人）找到工作，就一定“保证”有30名找到工作的人专业相同。因此D项当选。

【例3】共4门课程，每名党员任选2门，有$C_4^2=6$（种）选法，可以将这6种选法看成6个抽屉，而每个党员是放进抽屉的物品。

根据题目“至少有5名党员参加的培训完全相同”，也就是说至少有5个物品放在同一个抽屉。那么最不利的情况就是每个抽屉中都有4个物品，此时再增加1个物品就会出现有一个抽屉的物品数量为5个，那么物品总数至少为4×6+1=25（个），即该单位至少有25名党员。故正确答案为C项。

【例4】每次从箱子中摸出3颗玻璃珠，若摸出3个玻璃珠均为一种颜色，则共有3种情况；若摸出3个玻璃珠有两种颜色，即有2个球颜色一样，另1个球与之不同，则共有$C_3^1\times C_2^1=6$（种）情况；若摸出的3个玻璃珠三种颜色都有，则有1种情况。故从中摸出3个玻璃珠，颜色组合共计有3+6+1=10（种）情况。考虑最不利情况，在摸出的前10种情况中，摸出的颜色组合均不相同，则在第11次无论摸出哪种颜色组合均可满足至少有2组玻璃珠的颜色组合相同，故至少需要摸出10+1=11（组）。因此A项当选。

【例5】老年协会的会员都在五个兴趣班中报名了至少一个，则报名不同的情况数为$C_5^1+C_5^2+C_5^3+C_5^4+C_5^5=5+10+10+5+1=31$。要求有4名会员报名情况相同，最不利的情况为每种报名方式各有3人，共3×31=93（人）。那么再多1个人报名，就会出现有4个人报名的兴趣班完全相同的情况，则至少要调查31×3+1=94（个）样本才能保证有4名会员报的兴趣班完全相同。因此B项当选。

【例6】由题意，将1个棱长为30厘米的正方体木块的六面分别全涂成黑色后，都锯成棱长为10厘米的小正方体，共得到$\frac{30\times30\times30}{10\times10\times10}=27$小正方体。其中在顶点的8个正方体为三面黑、其余19个小正方体都不够三面黑。2个正方体，即分成16个正方体为三面黑、其余38个小正方体不够三面黑。而若拼成棱长为20厘米且外表全为黑色的正方体，需要取出8个三面黑的小正方体，最不利的情况为：将38个不够三面黑的小正方体都取出后，再取出8个三面黑的小正方体，共46个。故正确答案为D项。

二、和定最值型

【例题展示】【解析】

（1）求最大量的最大值，则让其他值尽量小，让最大的那个最多，其他人分别是 1，2，3，4 的情况下最少，那么最多的人拿了 14 个。

（2）求最小量的最小值，则让其他值尽量大，让最少的那个人最少，其他 4 个人分 23 个，最少的人拿了 1 个。

（3）求最大量的最小值，让各人分到的量尽可能“均等”，也就是让每个人分到差不多的苹果。平均数最接近 5，且每个人分得的数量不相等，那么分别为 2，4，5，6，7 的情况下最“均等”，故拿的最多的那个人最少拿了 7 个。

（4）求最小量的最大值，先尽可能均等，同样先分为 2，4，5，6，7。发现让最小值变大已无可能，故最少量的最大值为 2 个。

（5）要使第三多的人拿的苹果最多，则应使最少的那两人得到的苹果数尽可能的少，分别为 1 个、2 个。其余 3 个人之间的苹果数差距尽可能的小，这 3 个人的苹果总数为 24–（1+2）=21（个），21÷3=7（个），要求每个人得到的苹果数不相同，则前面三个人得到的苹果数依次为 8、7、6，则第三个人最多能够得到 6 个。

（6）要使第三多的人拿的苹果数最少，则应使最多的那两人得到的苹果数尽可能的多，最多不超过 8 个，则第一名拿 8 个，第二名就拿 7 个。剩下 3 个人之间的苹果数差距尽可能的小，这三个人的苹果总数为 24–（7+8）=9（个），9÷3=3（个），则其余三个人拿的苹果数依次为 4、3、2 个，则第三多的人最少能够拿到 4 个苹果。

（一）构造各项不相同

【例 1】B。设申请金额最低的农户最少可能申请 x 万元信贷，根据申请金额最高的农户申请金额不超过申请金额最低农户的 2 倍，则最高的申请 2x 万元，要使最低申倩金额最少，则中间 8 户应尽量高，已知每人申请金额都是 1000 元的整数倍，构造如下表：

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	总
金额	2x	2x-0.1	2x-0.2	2x-0.3	2x-0.4	2x-0.5	2x-0.6	2x-0.7	2x-0.8	x	25

列方程：2x+（2x－0.1）+（2x－0.2）+……+x＝25，即 19x-3.6=25，解得 x＝1.5^{+}，问题求最少则向上取整，最少申请 1.6 万元信贷。故正确答案为 B 项。

【例 2】根据题意，6 辆货车总货量=62×6=372 吨，将 6 辆货车的的载重量从小到大排序则第一重的为 71 吨，最轻的为 54 吨，求第三重的卡车至少载重多少，则其余货车载重尽量多，所以构造排名第二至第五的载重依次为：70，x，x-1，x-2。求和有：71＋70＋x＋（x-1）＋（x-2）＋54＝372，解得 x＝60。故正确答案为 B 项。

【例 3】由题意可得，B 市建设的充电站数量为 $72\times\frac{1}{3}$=24（个），则 A、C、D 三市共建设的充电站为 72–24=48（个）。设 A 市建设的充电站数量为 x，则 C 市建设的充电站数量为 x+6，则 D 市的数量为 48–x–（x+6）=42-2x。因为 D 市数量最少，因此 42-2x＜24 且 42-2x＜x，联立解得 x＞14。则 x 最小可取 15，故至少要在 C 市建设充电站的数量为 15+6=21（个）。因此 D 项当选。

【例 4】设总数为 N，根据题意可知 $40 < N < 50$，又因为 N+1 是 4 的倍数，且 N+2 为 5 的倍数，只有 N=43 满足所有要求。要想人数最多的组与最少的组相差人数尽可能少，则最多的组人数尽量的少，最少的组尽量的多。

设人数最多的组为 x 人，则人数第二多的组至多为 x–1 人，人数最少的组至多为 x–2 人。根据总人数列方程可得：x+x–1+x–2=43，解得 $x\approx15.3$ 人，最少的组 $x-2\approx13.3$（人）。人数最多的组至少为 16 人，人数最少的组至多为 13 人，此时二者相差最少为 16–13=3（人）。故正确答案为 B 项。

（二）构造各项可以相同

【例 1】要使行政部门最少，则其他部门应尽量多，即所有部门尽可能平均分，65÷7＝9…2，即平均分配给 7 个不同部门还剩余 2 名毕业生，已知行政部门毕业生最多，所以只需将剩余的 2 名毕业生分配给行政部门即可（如果只分配 1 名，那么其他部门也会出现不少于 10 人的情况），可得 9+2＝11（名）。因此 B 项当选。

【例 2】D。方法一：总和为 45，C 区人数为 $45\times\frac{1}{5}$=9，其他三个区人数之和为 45-9=36。设 A 为 x 名，那么 B 为 x-4 名。要使得 A 最少，则 D 应该最多；D 不超过任何其他地区，如果最多为 x-4，x+x-4+9+x-4=45，x 最少为 16，则超过了 C 区的 9 人，因此 D 区最多为 9 人。可得方程 x+x-4+9+9=45，解得 x=15.5，最少为 16。此时四个区人数分别是 16、12、9、8。故正确答案为 D 项。

【例 3】C。4 个车间共投资 450 万元，甲车间是其他三个车间之和的一半，甲车间为 450÷3＝150 万元，乙、丙、丁之和为 300 万元。根据乙比丙高 25%，设丙为 4x、乙为 5x，根据丁比乙、丙之和低 60 万元，丁为 9x－60，列方程 4x＋5x＋9x－60＝300，解得 x＝20，乙为 100 万元、丙为 80 万元、丁为 120 万元。此时投资额最高为甲，最低为丙。

后期向 4 个车间追加 200 万元，每个车间的追加投资额都不超过其余任一车间追加投资额的 2 倍，设追加最少的为 x 万元，最多的为 2x 万元，要使最高和最低相差最多，则其余车间追加投资额尽可能小，则其余两车间追加均为 x 万元，列方程：2x＋x＋x＋x＝200，解得 x＝40 万元，2x＝80 万元，投资额最高为甲 150＋80＝230 万元、最低为丙 80＋40＝120 万元，最高和最低相差 230－120＝110 万元。故正确答案为 C 项。

【例 4】获奖人数最多的分公司获奖人数 Y 的上、下限即为 Y 的最大值、最小值。

三个分公司获奖总人数为 X 人，如果 Y 取最大值，那么其他两个公司获奖人数都为 0，此时 Y=X，排除 A 项；如果 Y 取最小值，考虑极端情况三个分公司获奖人数均相等，此时 Y 最小，Y 应等于$\frac{1}{3}$X。由此可得，当 $1\le X\le 3$时，$Y_{min}=1$，$4\le X\le 6$时，$Y_{min}=2$……观察发现，C 项图形最符合 Y 与 X 的变化趋势，当选。

三、最值构造型

【例 1】C。方法一：根据题意，总人数=12×20+17×30+6=756 人。安排车辆数最少的原则派车，如果全用大巴车，需要$\frac{756}{30}$辆，需要 25 辆大巴车还余下 6 人，那么至少需要 26 辆车。如果用 24 辆大巴车，2 辆中巴车可以运走 720+40=760 人＞756 人，此时也是总共用 26 辆车，大巴车最少，只需 24 辆。

方法二：根据选项从最少开始枚举如下：

大巴车	中巴车	总车辆数
20	8	28
22	5	27
24	2	26
26	0	26

本着车辆数最少的原则派车，最少要安排 24 辆大巴车。

故正确答案为 C 项。

【例 2】C。由题意可得，优惠券减免金额=$\frac{219}{75\%}=292$万元，设满 50 元减 10 元的优惠券有 x 万张，满 100 减 30 的有 y 万张，则 x+y=15.6①，10x+30y=292②，联立解得①②x=8.8，y=6.8。当消费金额恰好达到优惠券减免条件时，实际支付最少，那么消费者实际支付金额为 8.8×（50-10）+6.8×（100-30）=828 万元。故正确答案为 C 项。

【例 3】C。师傅的效率是徒弟的 1.5 倍，则同一种剪纸师傅所需时间是徒弟的$\frac{2}{3}$，如下表所示：

	一	二	三	四	五	六
徒弟剪纸时间	2	6	10	12	15	25
师傅剪纸时间	$\frac{4}{3}$	4	$\frac{20}{3}$	8	10	$\frac{50}{3}$

要使最后一个拿到剪纸的游客等待的时间尽可能少，应尽可能使师徒同时完成：师傅完成第一、五、六 3

种，需要$\frac{4}{3}+10+\frac{50}{3}$=28 分钟；徒弟完成第二、三、四 3 种，需要 6＋10＋12＝28 分钟。故正确答案为 C 项。

【例 4】D。B 地运往甲乙两个工厂的每吨运价差 15 元，A 地运往甲乙两个工厂的每吨运价差 20 元，可知 A 地运往乙工厂最划算。让 A 地的 500 吨都运到乙工厂，花费 130×500＝65000（元），乙工厂差的 100 吨由 B 地运送需花费 145×100＝14500（元）。甲工厂所需 600 吨全部由 B 地运送，需花费 600×160＝96000（元）。一共需花费 65000＋14500＋96000＝175500（元）。故正确答案为 D 项。

【例 5】A。要使发送次数尽可能少，则先汇总给 1 人，再发送给其余 7 人。将 8 个人编号为 1～8 号，先让 2～8 号将自己负责的部分完成后都发送给 1 号，需要发送 7 封邮件，之后让 1 号汇总后将完整的书稿同时抄送给 2～7 号，需要发送 7 封邮件，因此至少需要发送 7＋7＝14 封邮件。故正确答案为 A 项。

第十节 其他问题

一、年龄

【例 1】B。根据题意，设 2018 年女儿的年龄为 x 岁，则女儿、父亲、母亲 2018 年和 y 年之后的年龄情况如下：

	女儿	父亲	母亲
2018 年	x	6x	x+24
2018+y 年	x+y	6x+y	x+24+y

由“2018 年父亲年龄是母亲年龄的 1.2 倍”，可得 6x=1.2×（x+24），解得 x=6。若 y 年之后父母年龄之和是女儿的 4 倍，则有（6×6+y）+（6+24+y）=4（6+y），解得 y=21。2018 年的 21 年之后，是 2018+21=2039（年）。故正确答案为 B 项。

【例 2】B。方法一：设儿子 1995 年的年龄为 x 岁，则妈妈的年龄为$(x+26)$岁，爸爸的年龄为$(x+33)$岁。由于 1995 年一家三口年龄和为 62，则有$x+x+26+x+33=62$，解得$x=1$。因此儿子在 1995 年为 1 岁，则 2018 年儿子的年龄为$1+2018-1995=24$（岁）。

方法二：根据题意“妈妈比儿子大 26 岁，爸爸比儿子大 33 岁”来逐项验证。A 项，$51-23=28$（岁），即妈妈比儿子大 28 岁，不符合题意，排除；B 项，$50-24=26$（岁），$57-24=33$（岁），符合题意，当选；C 项，$57-25=32$（岁），即爸爸比儿子大 32 岁，不符合题意，排除；D 项，$58-26=32$（岁），即爸爸比儿子大 32 岁，不符合题意，排除。

故正确答案为 B 项。

【例 3】D。设 2000 年弟弟的年龄为 x，则姐姐的年龄为 x+3，由题意可得：

	弟弟	姐姐	妈妈
2000 年	x	x+3	4（x+x+3）=8x+12
2006 年	x+6	x+9	$2\times(x+6+x+9)=4x+30$

妈妈 2000 年和 2006 年年龄相差 6 岁，即 8x+12+6=4x+30，解得 x=3。所以 2000 年弟弟年龄为 3，姐姐年龄为 6，妈妈年龄为 36。设从 2000 年开始，过 n 年，姐弟两人年龄之和等于妈妈年龄，则有（3+n）+(6+n)=36+n，解得 n=27。即 2000 年再过 27 年为 2027 年。因此，D 项当选。

【例 4】D。根据“科员在第一个本命年时处长是第三个本命年”，结合常识每相差 1 个本命年，年龄相差 12 岁，可知：处长比科员大（3-1）×12=24（岁）。故科员今年 20 岁，则处长今年 20+24=44（岁）。设经过 x 年后，处长年龄是科员年龄的 2 倍，则有$44+x=2\times(20+x)$，解得 x=4，即经过 4 年，处长年龄是科员年龄的 2 倍。故正确答案为 D 项。

【例 5】A。设今年丙的年龄为x，则甲的年龄为$3x$，乙的年龄为$\frac{1}{2}(x+3x)=2x$。根据题意有：$3x+9=2.4\times(x+9)$，解得$x=21$。设 n 年后丙的年龄是乙的$\frac{4}{7}$，则有$21+n=\frac{4}{7}(2\times21+n)$，解得$n=7$。故正确答案为 A 项。

二、日期

【例 1】D。周一至周五每天工作 8 小时，周六工作 5 小时，则每周工作 8×5+5=45（小时）。又知总工作时长为 500 小时，500÷45=11（周）…5（小时），故小王工作了 11 周余 5 小时，而除了 11 周外剩余的 5 小时只能是周六工作了一天，所以推出上班第一天为周六。由于 7 月 1 日为周六，所以六月下旬的周六为 24 号，故上班日期为 6 月 24 日。因此，D 项当选。

【例 2】B。7 月份任务分配如下表所示：

1	2	3	4	5	6	7
甲乙丙丁	×	×	甲	×	乙	甲
8	9	10	11	12	13	14
丙	丁	甲	乙	×	甲	×
15	16	17	18	19	20	21
丙	甲乙	丁	×	甲	×	乙
22	23	24	25	26	27	28
甲丙	×	×	甲丁	乙	×	甲
29	30	31				
丙	×	甲乙				

由表格中可以看出，7 月份不去基地的天数共有 11 天。故正确答案为 B 项。

【例 3】A。由于选项中都为 1 日，则甲肯定去看话剧。判断乙是否去，只需判断间隔的时间是否能被 7 整除。代入 A 项（因为问下一次，则应从最近日期开始代入）：间隔天数 30+31+30=91 可以被 7 整除，满足条件。故正确答案为 A 项。

【例 4】C。每隔 2 天，每隔 4 天，相当于每 3 天，每 5 天，计算 3，5，7 的最小公倍数为 105，即 105 天后再次相遇，4 月还有 20 天，5 月有 31 天，6 月有 30 天，截止到 6 月底共计 20+31+30＝81（天），还差 105-81＝24（天），即 7 月 24 日。因此，C 项当选。

三、牛吃草

【例】【分析】牛变成了猴子，问题本质不变，可以直接分析求解

【解析】方法一：本题中，牛变成了猴子，草变成了野果，时间单位由天变成了周，但是问题本质不变。假设林子里原有野果的数量为 x，每周新生的野果数量为 y，每只猴子每周吃的野果数量为 1，则：

$$\begin{cases}1\times23\times9=x+9y\ldots①\\1\times21\times12=x+12y\ldots②\end{cases},$$

解得：x=72，y=15。假设够 33 只猴子吃 m 周，则 1×33×m=72+15m，解得 m=4。所以可供 33 只猴子吃 4 周。

方法二：设每周新长的野果可以供 x 只猴子吃，那么剩下的（23-x）只猴子只能吃林子里原有野果；同理，（21-x）也是一样，因此得到等式：原有野果量 $=(23-x)\times9=(21-x)\times12$。解得：$x$=15；代入到算式可得：原有野果=$(23-15)\times9=72$。当 33 只猴子一起吃时，有 15 只猴子吃的是新果，而剩下的 18 只猴子自然吃的就是原有野果，$72\div18=4$（周），所以可供 33 只猴子吃 4 周。

【例 1】C。
【例 2】B。
【例 3】B。
【例 4】D。
【例 5】A。

牛吃草问题本质分析

【例】【分析】把牛变成了泄洪闸，本质不变。

【解析】假设有 x 个泄洪闸是用来放新进来的水的，那么 10-x 用来放从警戒水位到安全水位的水量。同理，

6-x 也是这个作用。我们就可以直接得到等式关系：（10-x）×8=（6-x）×24=警戒水位到安全水位的水量，解得 x=4，带回原式可得：警戒水位到安全水位的水量=（10-4）×8=48。假设问打开 8 个闸口，用 y 小时，可以直接得到等式关系：（8-4）×y=48，解得 y=12。故正确答案为 B 项。

牛吃草考核技巧分析

（一）供不应求类

A：改变牛吃草的速度

【例】【分析】12 万人吃 20 年，15 万人吃 15 年，这是牛吃草的基本条件。但是问题变了，是要求节约用水，也就是牛吃草的速度变化了。这点是此题的新意所在。

【解析】设水库新增长水量由 x 万人使用。12 万人用水 20 年，则剩下（12-x）万人用原水量，15 万人用水 15 年，则剩下（15-x）万人用原水量。根据题意以及牛吃草的模型可得：（12-x）×20=（15-x）×15=原水量，解得 x=3，代入原式：原水量=180。

要让水库使用 30 年，这 30 年能够提供的水量为：原水量+30 年新增水量=180+30×3=270。我们再来看看需求量：15 万人要吃 30 年的水，需求量为 15×30=450。那么这时候需求得不到满足（270＜450），只能节约用水了。设原来的每万人的用水量是 1，现在每万人的用水量是 m%。则可以得到等式：15×30×m%=270；求得 m%=60%。则节约了 1-60%=40%=$\frac{2}{5}$。因此 A 项当选。

B：求得原草量和增速后，求原草量的积累时长。

【例】【分析】题目条件中规中矩，问法有新意，问第一个人来的时间。也就是问按照这个增长速度，原草量的形成，需要多长时间。

【解析】假设每分钟新来 x 人。我们可得：（3-x）×9=（5-x）×5=等候排队的人数，X=0.5，带回原式可得等候排队的总人数=22.5。X=0.5 代表的是开 0.5 个口，可以减掉新来人的票。也就是新来人的速度。可以理解为一分钟来 0.5 个人（0.5 这里是比例值）。那么原有的 22.5 人，需要多长时间才能凑齐呢？22.5÷0.5=45 分钟。也就是说在 9 点的时候，已经有了这 22.5 个人，按照一分钟来 0.5 个人的速度，需要提前 45 分钟。那么第一个人到来，自然是 8 点 15 分了。因此 D 项当选。

C：草不长了，开始萎缩

【例】【分析】加变减而已

【解析】假设每分钟漏气可供 x 人吸氧。供 40 人吸氧，60 分钟后氧气耗尽，那么每分钟就相当于（40+x）个人在吸氧；供 60 个人吸氧，45 分钟后氧气耗尽那么每分钟就相当于（60+x）个人在吸氧。

以此建立等式：（40+x）×60=（60+x）×45=氧气瓶总氧气量，求得 x=20。代入原式可得：氧气瓶总氧气量=（40+20）×60=3600。

题干问无人吸氧，自己漏气，等价于有 20 人吸氧，则所耗时间为 3600÷20=180（分钟）=3（小时）。因此 D 项当选。

D：牛羊混合

【例】【分析】等量替换，较为容易

【解析】一头牛等于 4 只羊，那么题目可以改为 16 牛吃 20 天；20 头牛吃 12 天；25 头牛吃多少天：（16-x）×20=（20-x）×12=原草量，X=10，带回可得原草量=120，120÷（25-10）=8。因此 B 项当选。

（二）供求平衡

【例 1】【分析】此题的新意在于没有开发完毕，问最多，也就是供求平衡的模型。

【解析】设每年开采新林木有 x 万立方米，那么每年被开采的原有林木面积是（110-x）万立方米，同理（90-x）也是一样，因此得到等式：（110-x）×90=（90-x）×210=原有总森林资源。解得 x=75，代入原式可得：原有总森林资源=3150（万立方米）。这时，x=75 说明每年开采新林木有 75 万立方米，为了保证不枯竭，那么每年最多能开采新林木 75 万立方米。如果再多开采，就会导致去开采原有量，最终导致开采枯竭。因此 D 项当选。

【例 2】假设每个月新沉积的河沙可以供 x 个人开采，80 人连续开采 6 个月时，每个月有（80-x）个人开采旧沙；同理，60 人连续开采 10 个月时，每个月有（60-x）个人开采旧沙。由于旧沙数量一定，根据题干列出等式：（80-x）×6=（60-x）×10，解得 x=30。若要不被开采枯竭，则每月开采量为每月新沉积河沙量，故最

多可供 30 人进行连续不间断的开采。因此 B 项当选。

（三）供大于求

【例】假设新草增长速度为 x，原有草量为 y。因为草量先变为原有的 90%，后变为原有的 80%，可得方程组：$\begin{cases}(1000-x)\times30=y(1-90\%) & ①\\(1300-x)\times12=y(90\%-80\%) & ②\end{cases}$，由①②两式求得：x=800，y=60000。假设最多放 m 头羊，根据“回到 3 月初的总量”，可得方程：（800-m）×4×30=60000×（1-80%），解得：m=700，则这 4 个月间至多放 400 只羊。因此 C 项当选。

（四）综合考核

【例 1】设有 x 台抽水机只抽甲水池中注入的水，8 台抽水机抽空甲水池需要 16 小时，再加 5 台抽水机抽水，可以提前 10 小时抽完，那么可得到等式：甲水池原有水量=$(8-x)\times16=(8+5-x)\times(16-10)$；解得 x=5；代入原式得到：甲水池原有水量=48。由 8 台抽水机抽空乙水池需要 4 小时可得：乙水池的水量=8×4=32。

当安排 20 台抽水机时，设甲水池安排 a 台，则乙为 20-a 台，根据两个水池“同时”抽空可得到等式 $\frac{48}{a-5}=\frac{32}{20-a}$，解得 a=14，即甲水池安排 14 台，乙水池安排 6 台，进而得到甲水池比乙水池多 14-6=8（台）。因此 C 项当选。

【例 2】设每天降水量为 x，水库原有水量为 y，警戒水位的水量为 z，每个水闸每天放水量为 1。则根据水库水量变化过程可得：$y+3\times(x-2)=z$, $y+4(x-3)=z$；解得 x=6，z-y=12。气象台预报，降水量增加 20%，则每天降水（1+20%）x=7.2，设未来 7 天至少打开 n 个水闸可以保证水位低于警戒水位。则可得方程如下：$y+7(7.2-n)<z$，解得，$n>7.2-\frac{12}{7}\approx5.5$，故至少打开 5.5 个水闸，应向上取整为 6 个水闸。因此 B 项当选。

第二章 数学运算解题技巧

第一节 代入排除法

【例 1】A。直接选用代入法，化抽象为具体。代入 A 项，假设 a 为 100 升，b 为 200 升。根据题干，B 壶的一半水倒入 A 壶，则 a 为 200 升，b 为 100 升；再将 A 壶中的一半水倒回 B 壶，则 a 为 100 升，b 为 200 升。再操作一次依然不变，即 A 项符合。故正确答案为 A 项。

【例 2】B。方法一："3 个大盒与 5 个小盒装的饺子数量相等"，即 3×每个大盒的饺子数量=5×每个小盒的饺子数量，化简为：每个大盒的饺子数量：每个小盒的饺子数量=5：3。设大盒可以装 5x 只饺子，小盒可以装 3x 只饺子。根据"现生产了 11000 只饺子，恰好装满 100 个大盒和 200 个小盒"，可得 5x×100+3x×200=11000，解得 x=10，则每个小盒的饺子数量为 30 只，每个大盒的饺子数量为 50 只。

方法二：直接代入排除。A 项，一共装了 24×200+40×100=8800 只饺子，不符合题意，排除；B 项，一共装了 30×200+50×100=11000 只饺子，且 3 个大盒与 5 个小盒的饺子数相同，符合题意。故正确答案为 B 项。

【例 3】C。第一次人数与第二次人数相差 1796-1742=54 人，也就是颠倒之前的数字-颠倒之后的数字=54；又已知个位+十位=10，代入选项验证：A 项，164-146=18≠54，排除；B 项，173-137=36≠54，排除；C 项，182-128=54，8+2=10，符合条件，当选；D 项，191-119=72≠54，排除。故正确答案为 C 项。

【例 4】B。由便携包单价 18 元，买 2 送 1，相当于 36 元买 3 个一组；小哑铃单价 12 元，买 3 送 1，相当于 36 元买 4 个一组。合计 56 个，606 元，代入 A 项，哑铃 24 个，则便携包 32 个，便携包分为 32÷3=10 组……2 个，哑铃分为 24÷4=6 组，则总价为 10×36+2×18+6×36=612 元，不符，排除。代入 B 项，哑铃 25 个，则便携包 31 个，便携包分为 31÷3=10 组……1 个，哑铃分为 25÷4=6 组……1 个，则总价为 10×36+1×18+6×36+1×12=606，符合。故正确答案为 B 项。

【例 5】B。根据题意可知，从前往后，A 获奖号码成公差为 7 的等差数列：1、8、15、22、29、36、43、50、57……；同理，从后往前，B 获奖号码成公差为 9 的等差数列，题目求人数最多，考虑从大到小进行代入验证。D 项，可获得纪念品 B 的号码分别为 54、45、36 号……，此时 36 号同时获得纪念品 A 和 B，不符合题意，排除；C 项，可获得纪念品 B 的号码分别为 52、43 号……，此时 43 号同时获得纪念品 A 和 B，不符合题意，排除；B 项，可获得纪念品 B 的号码分别为 48、39、30、21、12、3 号，没有人同时获得纪念品 A 和 B，符合题意，当选。故正确答案为 B 项。

【例 6】A。根据第三日后，C 区剩余鸟的数量恰好是 A 区的 $\frac{7}{26}$，说明 A 区现在鸟的数量必然为 26 的整数倍。代入 A 项：最初 A 区有 103 只，则 B、C 区共有 $180-103=77$（只）。第一日后，B、C 区有 $2\times77=154$（只），则 A 区剩余 $103-77=26$（只）；次日，A 区鸟的数量增加一倍 $=26\times2=52$（只）；第三日后，A 区还有 $52\times2=104$（只），104 是 26 的整数倍，符合题意，当选。其余选项均不满足，故正确答案为 A 项。

【例 7】C。问至多有多少家，则从最大的选项开始代入。分配方式为平均分配可以使水果店最多。代入 D 项，$201\div29\approx6.9$，则没有水果店分到 8 箱，排除；代入 C 项，$201\div28=7\cdots5$（箱），则一定有水果店至少分到 8 箱，当选。

第二节 数字特性法

一、整除特性

【例 1】A。方法一：根据"如果甲付钱，那么甲剩下的钱是乙、丙两人钱数之和的 $\frac{2}{13}$"可知 $\frac{甲-100}{乙+丙}=\frac{2}{13}$，三人总钱数-100 后剩下的总钱数应该是 15 的倍数，则选项-100 后不能整除 15 的即可排除，排除 B、C；根据"如果乙付钱，那么乙剩下的钱是甲、丙两人钱数之和的 $\frac{9}{16}$"可知 $\frac{乙-100}{甲+丙}=\frac{9}{16}$，三人总钱数-100 后剩下的总钱数应该是 25 的倍数，则选项-100 后不能整除 25 的即可排除，剩下的选项中 A、D 都满足此条件，暂且均保留；根据"丙付钱可享受 9 折优惠，丙剩下的钱是甲、乙两人钱数之和的 $\frac{1}{3}$"可知 $\frac{丙-90}{甲+乙}=\frac{1}{3}$，三人总钱数-90

后剩下的总钱数应该是 4 的倍数，只有 A 满足条件。

方法二：设开始时甲带了 a 元，乙带了 b 元，丙带了 c 元，则由题意可得：$a-100=\frac{2}{13}(b+c)$①，$b-100=\frac{9}{16}(a+c)$②，$c-90=\frac{1}{3}(a+b)$③，联立方程组，解得 a=200，b=370，c=280。故甲、乙、丙三人开始时一共带了 200+370+280=850 元。故正确答案为 A 项。

【例 2】D。根据排列形成的四位数能被 75 整除，75=25×3，因此这个四位数能被 25 和 3 整除，即这个四位数末两位能被 25 整除且各个位数加和是 3 的整数倍。对于此题，末两位能被 25 整除，分为两类情况，末两位是 25 或者是 75。

第一类，当末两位为 25 时，根据各个位数加和是 3 的整数倍，得出前两位加和为 5（1 和 4）、8（1 和 7）、11（3 和 8；4 和 7）、14（6 和 8）、17（8 和 9），考虑到前两位有顺序之分，故第一类情况数＝6×2＝12 种。

同理，当末两位为 75 时，前两位数字加和为 3（1 和 2）、6（2 和 4）、9（1 和 8；3 和 6）、12（3 和 9；4 和 8）、15（6 和 9），故第二类情况数＝7×2＝14 种，总情况数＝12＋14＝26 种。故正确答案为 D 项。

【例 3】因全程行驶的时间为 18 小时，故路程应为 18 的倍数，因此 B 项当选。

【例 4】由“甲派出所受理的案件中有 17%是刑事案件”可知，甲受理案件数必为 100 的倍数，才能保证刑事案件数为整数。由“两个派出所某月内共受理案件 160 起”可知，甲派出所受理案件只能为 100 件，乙派出所受理案件为 60 件，所以乙受理非刑事案件数为$60\times(1-20\%)=48$（件）。因此 A 项当选。

【例 5】A。车站的专业人员与去往车站的总人数之比为 64%，即$\frac{64}{100}=\frac{16}{25}$，根据倍数特性可知车站的总人员是 25 的倍数；同理超市的专业人员与去往车站的总人数之比为 65%，即$\frac{65}{100}=\frac{13}{20}$，超市的总人员是 20 的倍数。学校的非专业人员比专业人员少 30%，即学校的专业人员与非专业人员之比为$\frac{10}{7}$，学校的总人员是 17 的倍数。

由于总数 96 人而机场的人员最多，那么车站、超市、学校的总人员数只能是 25、20、17，那么三个地方的专业人员数分别是 16、13、10。则机场的专业人数为 62-（16+13+10）=23，排名第 1。故正确答案为 A 项。

二、余数特性

【例 1】B。根据题意，总人数÷9 余 7、总人数÷11 余 9，代入排除：A 项，98÷9 余 8，不满足题意，排除；B 项，97÷9 余 7，97÷11 余 9，满足题意，当选；C 项，96÷9 余 6，不满足题意，排除；D 项，95÷9 余 5，不满足题意，排除。所以只有 B 项满足，则共有 97 名小朋友。故正确答案为 B 项。

【例 2】A。设复工商户 x 家，采购消毒液 10y 瓶，根据“每个商户分 6 瓶，最后剩余 12 瓶”，可得 10y=6x+12①，根据“多采购 30%，则每个商户分 8 瓶后还能剩余 10 瓶”，可得 13y=8x＋10②，联立①②解得 x=28，y＝18。复工商户 28 家，采购消毒液 10×18=180 瓶，如果多采购 80%，即采购 180×（1+80%）=324 瓶，复工商户增加 10 家，变为 28＋10＝38 家，由于每个商家分到的数量相同，324÷38＝8……20，故每个商家最多可以分到 8 瓶。故正确答案为 A 项。

【例 3】D。设有 x 家医院，根据题意，可得总的口罩箱数为 12x－8，防护服箱数为 8x－11，根据向每家医院赠送 10 口罩和 7 箱防护服，剩余的口罩比防护服多 20 箱，可得（12x－8－10x）-（8x－11－7x）＝20，解得 x=17。则有 17 家医院，口罩 12×17－8＝196 箱，防护服 8×17－11＝125 箱。

由于每家医院捐赠相同的物资，且捐赠后没有剩余，125÷17＝7……6，防护服还需采购 17－6＝11 箱，因为口罩和防护服按照 2∶1 的比例捐赠，口罩需要采购（125＋11）×2－196＝76 箱，因此口罩和防护服总计至少还需采购 11＋76＝87 箱。故正确答案为 D 项。

【例 4】C。甲组除 1 人拿到 4 件物资外，其余人都拿 5 件，说明物资总数除以 5 应余 4，代入选项验证，排除 A、B 项；乙组除 1 人拿到 6 件物资外，其余人都拿 7 件，说明物资总数除以 7 应该余 6，代入 C、D 两项验证，只有 C 选项满足，当选。

【例 5】D。第二周售出剩下的一半多 5 份，说明最后剩的 20 份是剩下的一半少 5 份，那么第二周时有月饼礼盒（20＋5）×2＝50（份），第二周的月饼礼盒是第一周售出后剩下的一半少 10 份，故月饼礼盒一共有（50

＋10）×2＝120（份）。故正确答案为 D 项。

三、奇偶特性

【例 1】A。设运输 A 水果的车有 x 辆，运输 B 水果的车有 y 辆，运输 C 水果的车有 z 辆。根据题意可列式为：x+y+z=6①，6x+5y+4z=32②，②-①×4，得 2x+y=8。2x 与 8 均为偶数，则 y 也为偶数，且应≤4，可取值为 2、4。当 y=4 时，x=2，此时没有车辆运输 C 水果，与题意不符；当 y=2 时，x=3，z=1，满足要求。即只有 3 辆车运输 A 水果，2 辆车运输 B 水果，1 辆车运输 C 水果这一种情况刚好满足题干条件。故正确答案为 A 项。

【例 2】由题干“将所有车辆分成车辆数相等的两个车队”可知，车辆总数应为偶数，则轿车、面包车数同奇同偶，根据奇偶特性，两车的差也应该是偶数，排除 A、C 两项。

假设轿车是 x 辆，面包车是 y 辆，代入 B 项，则可列方程组 $4x+7y=79$，$x=y+6$。解得 $x=11$，$y=5$，满足题意，当选。

四、质合特性

【例 1】B。三位数数字各不相同且均为质数，可知三位数字应在 2、3、5、7 中选择。调换位置后所得新数字比原数字大 495，根据尾数判断则原数字的个位（调换后的百位）应为 7，原数字的百位（调换后的个位）应为 2，则十位数字只能是 3 或 5。如果是 3，则原数字为 237=3×79，不是质数，不符合题意，因此原十位数字只能为 5。故正确答案为 B 项。

【例 2】A。题干告知甲、乙以及甲、丙效率关系，且问最多可能生产多少件产品，考虑从大到小代入验证。A 项，若乙生产线每小时生产 14 件，则甲生产线每小时生产 3×14=42（件），丙生产线每小时生产 42-9=33（件），三条生产线每小时总生产 14+42+33=89（件），不到 100 且为质数，符合题意。故正确答案为 A 项。

五、比例特性

【例 1】由“高三年级与高一年级、高三年级与高二年级参加此项活动的人数之比分别为 5:3、8:5”可得，高一、高二、高三的人数之比为 24:25:40。因为人数都是整数，根据比例倍数特性，三个年级的人数分别为 24、25、40 的整数倍。要想人数最小，可都为各自比例的 1 倍，即分别为 24 人、25 人、40 人，总和为 89 人。因此 D 项当选。

【例 2】生产人员与非生产人员的人数之比为 4:5，所以总人数为 9 的倍数；研发与非研发人员的人数之比为 3:5，所以总人数也为 8 的倍数。因此总人数是 8 和 9 的公倍数，即为 72 的倍数。又因为总人数在 100～200 之间，所以总人数为 144。则生产人员为 $144\times\frac{4}{9}$=64（人），研发人员为 $144\times\frac{3}{8}$=54（人）。已知生产人员不能同时担任研发人员，因此非生产与非研发人员数=144-64-54=26。因此 D 项当选。

【例 3】A。设共有 10x 人，根据男生和女生的比例是 7:3，可知男生 7x，女生 3x，根据研究生和本科生的比例是 1:4，可知研究生 2x，本科生 8x，设女研究生为 y 人，则男本科生的人数为 4y，女本科生为（8x－4y），男研究生为（2x－y），由题意可知（2x－y）＋4y＝7x，解得 3y＝5x，故 x 至少为 3，y 至少为 5，女本科生至少比男研究生多（8x－4y）－（2x－y）＝4－1＝3（人）。故正确答案为 A 项。

【例 4】由题干可得，红、蓝、黑三种签字笔的消耗与订购量之比分别是：1∶1、4∶3、5∶4，故消耗的时间分别为 $\frac{1}{1}$、$\frac{3}{4}$、$\frac{4}{5}$，由此看出蓝色笔的消耗时间最短，最先被消耗完。由于蓝色先用完，因此赋值蓝色是 12 份，那么红、蓝、黑三色笔订购量分别为 4 份、12 份、16 份，蓝色用完的时候三种颜色的笔分别用了 3 份、12 份、15 份，红色剩下 1 份，黑色剩下 1 份。根据题干共剩下 100 盒，因此 1 份=50 盒。又购进 900 盒，此时总数为 1000 盒，按 1∶4∶5 的比例用完，黑色笔支数为 $1000\times\frac{5}{1+4+5}$=500（盒），新购进黑色笔 500－50=450（盒）。因此 A 项当选。

六、尾数特性

【例 1】D。观察发现，4⊕2 是一个一位数和一个两位数相加且都由 4 组成，6⊕3 是一个一位数、一个两位数和一个三位数相加且都由 6 组成，因此推出 8⊕5=8+88+888+8888+88888，根据尾数法，相加尾数为 0，只

有 D 项满足，当选。

【例 2】9^n 的尾数为 9、1、9、1……。规律为：n 是奇数时尾数为 9，n 是偶数时尾数为 1，所以 9^{2015} 尾数应为 9，则 3×9^{2015} 尾数为 7；8^n 的尾数为 8、4、2、6、8、4、2、6……。规律为 8、4、2、6 这 4 个数字循环，2016 是 4 的整数倍，所以 8^{2016} 尾数为循环中的最后一个数字 6，则 4×8^{2016} 尾数为 4。因此 $3\times9^{2015}-4\times8^{2016}$ 的个位数为 7-4=3。因此 C 项当选。

第三节　赋值法

【例 1】D。赋值当年 3 个村的水果产量分别为 30、20、50，当年水果总产量为 30+20+50=100，第 2 年水果总产量增长了 100×50%=50。根据增幅=$\dfrac{\text{该村的增长量}}{\text{该村当年产量（基期值）}}$，要想 3 个村中某一个增幅尽可能大，则另外 2 个尽可能小，即都为 20%，且是基期值较大的村。第 1 个村的增长量最小=30×20%=6，第 3 个村的增长量最小=50×20%=10，则第 2 个村的增长量最大=50-6-10=34，故第 2 个村的增幅=$\dfrac{34}{20}$=170%。故正确答案为 D 项。

【例 2】C。赋值毛线的总量为 15 和 20 的公倍数 60 份，则每个帽子需要的毛线量为 $\dfrac{60}{15}=4$ 份，每只手套需要的毛线量为 $\dfrac{60}{20}=3$ 份。一个帽子和两只手套做成一个“爱心礼包”，需要的毛线量为 4+3×2=10 份。则“爱心礼包”的个数为 $\dfrac{60}{10}=6$ 个。故正确答案为 C 项。

第四节　方程法

一、列方程（组）解题

【例 1】D。每人效率相同，则效率比即为人数比；分别设甲、乙车间初始人数为 3x、2x。根据题意列方程 3x－30＝1.2×（2x＋30），解得 x＝110，则甲车间初始人数为 330，乙车间初始人数为 220。调派 30 人后，甲车间为 300 人，乙车间为 250 人，相差 50 人，要二者相同，需再从甲向乙调 25 人。故正确答案为 D 项。

【例 2】D。设共有 x 间宿舍，根据题意可列方程 6x＋7＝8x－3，解得 x＝5。共有学生 6×5＋7＝37（人）。故正确答案为 D 项。

【例 3】D。设 2017 年发射卫星 x 颗，那么 2018 年为 x+31 颗，2019 年为 1.5x+2 颗，由题意 x+x+31+1.5x+2=1132，解得 x=314，那么 2019 年为 314×1.5+2=473 颗。故正确答案为 D 项。

【例 4】D。设乙单位职工人数为 x 人，则甲单位职工人数为 2x 人。乙单位职工中群众人数为 y 人，则甲单位职工中群众人数为（y+18）人。由两个单位所有职工中正好有一半是党员，可得另一半一定是群众，故 y+（y+18）=（x+2x）×$\dfrac{1}{2}$①。因甲单位职工中党员占比比乙单位高 15 个百分点，故甲单位职工中群众占比比乙单位低 15 个百分点，可列 $\dfrac{y+18}{2x}=\dfrac{y}{x}-15\%$②。联立方程①②，解得 x=60，y=36。故甲单位职工人数为 2×60=120 人，其中群众人数为 36+18=54 人，党员人数为 120-54=66 人，党员比群众多 66-54=12 人。故正确答案为 D 项。

【例 5】A。由 A、B、C 储量比例为 5∶9∶10，设 A、B、C 储量分别为 5、9、10，共 24。设各仓新增 y。根据 A、B 储量比变为 3∶5，可列方程 $\dfrac{5+y}{9+y}=\dfrac{3}{5}$，解得 y=1。则丰收后三仓储量新增 3y=3，增加 $\dfrac{3}{5+9+10}$＝12.5%。故正确答案为 A 项。

【例 6】C。设第一天采买次数为 2x，则第二天采买次数为 3x，第三天采买次数为（2x＋3x）－15＝5x－15，根据前三天共采买 65 次，可得 2x＋3x＋5x－15＝65，解得 x＝8。

第一天采买 2×8＝16 次，第二天采买 3×8＝24 次，第三天采买 5×8－15＝25 次，第四天采买 2×16－5＝27

次。采买次数最多的是第四天 27 次，最少的是第一天 16 次，两者相差 27－16＝11 次。故正确答案为 C 项。

二、列不定方程（组）解题

【例 1】C。设王完成 m 个项目，张完成 x 个项目，陈完成 y 个项目，则刘完成 x+5 个项目，李完成 y+6 个项目。由题意可列式：m+x+y+（x+5）+（y+6）=24，整理可得张和李共完成项目个数=x+y+6=$\frac{25-m}{2}$，因项目个数为整数，则 m 为奇数；根据每人都至少完成了 1 个项目可得 m≥1，王完成的项目最少且完成项目数量彼此不同可得 m＜$\frac{24}{5}$，即 1≤m＜5，故 m=1 或 3。当 m=3 时，x+y=5，即张和陈一定有人完成项目数≤2，与王完成项目最少矛盾，排除；故当 m=1，此时张和李共完成 x+y+6=$\frac{25-1}{2}$=12 个。故正确答案为 C 项。

【例 2】B。设甲、乙、丙三个品种分别购买了 x、y、z 盒，那么由题意有 28x+32y+33z=400。由于 x、y、z 都是正整数且 28x、32y、400 都是 4 的倍数，那么 33z 必然是 4 的整数倍，即 z 是 4 的倍数，只有 B 符合题意。故正确答案为 B 项。

【例 3】D。因为题目数量依次成等差数列，所以设答对、答错、不答的题目数分别为 x+a、x、x-a 道，总题量=3x，总得分=10（x+a）-5x-3（x-a）=2x+13a=95。

代入选项：A 项，3x=15，x=5，2×5+13a=95，，a 为非整数，不符合题意，排除；

B 项，3x=30，x=10，2×10+13a=95，，a 为非整数，不符合题意，排除；

C 项，3x=36，x=12，2×12+13a=95，，a 为非整数，不符合题意，排除；

D 项，3x=45，x=15，2×15+13a=95，，a=5，符合题意；故正确答案为 D 项。

选修：数字推理

第一节　多级数列

一、作差数列

【例 1】C。观察数列各项单调递增，优先作差，得到新数列 6、9、12、15，是公差为 3 的等差数列，下一项是 18。则原数列下一项是 45+18=63。故正确答案为 C 项。

【例 2】D。相邻两项作差（前-后）得差数列为 2，3，5，7……为质数数列，那么差数列的下两项为 11、13，则（　）为 25-11＝14。代入验证，14-13=1，符合规律。故正确答案为 D 项。

【例 3】B。数列增长较平缓，考虑作差得到新数列为：16，24，36，54，是公比为 1.5 的等比数列，新数列下一项为 54×1.5=81，则所求项为 137+81=218。故正确答案为 B 项。

【例 4】C。相邻两项作差（后－前），得一级差数列为-2，-2，0，4……，再作一次差得二级差数列为 0，2，4……是一个公差为 2 的等差数列，那么二级差数列的下一项为 6，一级差数列的下一项为 4＋6＝10，那么（　）为-4＋10＝6。故正确答案为 C 项。

【例 5】B。观察数列无特征，考虑作差。该数列为时间表示形式，后项-前项分别为 15 分钟，35 分钟，60 分钟，90 分钟，（　），此数列无特征，继续作差，后项-前项分别为 20，25，30，可以看出此数列是公差为 5 的等差数列，故下一项=30+5=35，则（　）=90+35=125。因此所求项=2:50+125 分钟=4:55。故正确答案为 B 项。

【例 6】B。原数列数字较小，优先考虑作差。相邻两项作差（前项－后项），可得新数列 10，8，4，（），（），再次作差可得 2，4，猜测构成公差为 2 的等差数列，下两项为 4+2=6，6+2=8，则新数列的下两项分别为 4-6=-2，-2-8=-10。故所求项为 58-（-2）=60。代入验证：60-70=-10，符合规律。故正确答案为 B 项。

二、作商数列

【例 1】B。相邻两项做除法（后÷前），得商数列为$\frac{1}{2}$，$\frac{2}{3}$，$\frac{3}{4}$……那么商数列的下一项是$\frac{4}{5}$，再下一项是$\frac{5}{6}$，则（　）为 12×$\frac{4}{5}$＝9.6，验证发现 8÷9.6＝$\frac{5}{6}$，满足商数列。故正确答案为 B 项。

【例 2】A。相邻两项作商（后÷前），得商数列为 2.5，1.5，0.5，-0.5……，是一个公差为-1 的等差数列，那么商数列的下一项为-0.5-1＝-1.5，则（　）为 1.5×（-1.5）＝-2.25。故正确答案为 A 项。

【例 3】B。数列相邻项存在明显的倍数关系，优先考虑作商。后项÷前项，可得：$\frac{1}{4}$、$\frac{1}{2}$、1、2、（　），构成公比为 2 的等比数列，则下一项为 4，故所求项为 2×4=8。故正确答案为 B 项。

【例 4】C。题干数列相邻两项之间存在明显的倍数关系，优先考虑作商。后项÷前项，得到新数列：－1.5，－0.5，0.5，1.5，（　），是公差为 1 的等差数列，下一项=1.5+1=2.5，则所求项=－4.5×2.5=－11.25。故正确答案为 C 项。

【例 5】B。观察数列，倍数关系明显，考虑作商。前一项除以后一项得到新数列：3，2.5，2，是公差为-0.5 的等差数列，那么后两项应为 1.5 和 1。故所求项为 $50\div1.5=\frac{100}{3}$，代入后一项验证 $\frac{100}{3}\div\frac{100}{3}=1$，规律成立。故正确答案为 B 项。

三、作和数列

【例 1】A。相邻两项作和，可得 2，3，5，7，（　），（　），猜测为质数数列，则下两项为 11、13，故所求项为 11－4=7。代入验证：7+6=13，符合规律。故正确答案为 A 项。

【例 2】C。方法一：数列无明显特征，考虑多级做差。后一项减前一项得到新数列：11，24，35，59，（　），观察发现 11+24=35，24+35=59，是递推数列，因此递推数列的下一项为 35+59=94，因此所求项为 152+94=246。

方法二：数列变化平缓，考虑递推。观察发现 23+34+1=58，34+58+1=93，58+93+1=152，可以得出规律，即每相邻三项中，第一项+第二项+1=第三项，因此所求项为 93+152+1=246。

故正确答案为 C 项。

【例 3】B。方法一：数列变化平缓且无明显规律，优先考虑作差。后项减前项得到新数列：2、4、4、6、6、？，无规律，再次作差得到 2、0、2、0，周期数列下一项 2，则？=6+2=8。因此所求项=24+8=32。

方法二：数列变化平缓且无明显规律，考虑作和。两两加和可得，6、12、20、30、42，？，此数列变化平缓且无明显规律，考虑作差，后项减前项可得，6、8、10、12，构成公差为 2 的等差数列，下一项为 12+2=14，？项为 42+14=56，则所求项为 56-24=32。

故正确答案为 B 项。

第二节　幂次数列

一、各项都是幂次方数

（一）平方、立方数列

【例】A。数列均为平方数，分别为 1^2、1^2、2^2、3^2、5^2；底数存在规律 1+1=2，1+2=3，2+3=5，即第一项+第二项=第三项。因此下一项为 $(3+5)^2$，即 64。故正确答案为 A 项。

（二）多次方数列

【例 1】C。原数列 $1=1^1$，$4=2^2$，$27=3^3$，$256=4^4$，那么数列的下一项应该为 $5^5=3125$，即（　）为 3125。故正确答案为 C 项。

【例 2】C。数列起伏较大，且出现幂次数，考虑幂次数列。观察发现，题干数字分别为：$1=1^0$，$2=2^1$，$9=3^2$，$64=4^3$，$625=5^4$，幂次项的底数、指数均为连续自然数列，则所求项为 $6^5=7776$。故正确答案为 C 项。

【例 3】数列起伏较大，有明显幂次方数，优先考虑幂次数列。原数列可化为：$(-1)^0$，0^1，1^2，2^3，3^4，（）。观察数列规律，底数依次为-1，0，1，2，3，（4），指数依次为 0，1，2，3，4，（5），均构成公差是 1 的等差数列。故所求项应为 $4^5=1024$。因此 D 项当选。

【例 4】数列起伏大，有明显幂次方数，优先考虑幂次数列。原数列可化为：$216=6^3$，$625=5^4$，（　），$729=3^6$，$128=2^7$。观察数列规律，底数依次为 6，5，（4），3，2，指数依次为 3，4，（5），6，7，均是连续正整数。故所求项应为 $4^5=1024$。因此 C 项当选。

二、各项都是幂次方数附近的数

【例 1】C。数列中各个数字均位于幂次数附近，考虑幂次修正数列。观察发现，$3=2^2-1$，$35=6^2-1$，$99=10^2-1$，$195=14^2-1$，数列的幂次项底数为：2，6，10，14，是公差为 4 的等差数列，则所求项底数为 14+4=18；幂次数均为 2，修正项均为-1。故所求项为$18^2-1=323$。故正确答案为 C 项。

【例 2】B。题干都是幂次周围的数，考虑幂次修正数列。$0=1^3-1$；$6=2^3-2$；$24=3^3-3$；$60=4^3-4$；$120=5^3-5$。底数为 1、2、3、4、5、（6）的等差数列；指数为 3；修正项为减去底数本身，故所求项为：$6^3-6=216-6=210$。故正确答案为 B 项。

【例 3】数列起伏较大，考虑幂次数列。观察发现，$170=13^2+1$，$122=11^2+1$，$82=9^2+1$，（50）$=7^2+1$，$26=5^2+1$，$10=3^2+1$。故正确答案为 C 项。

【例 4】数列变化幅度较大，优先考虑幂次数列。观察发现，$1=1^2+0$；$5=2^2+1$；$18=4^2+2$；$67=8^2+3$。幂次项为等比数列的平方数，下一项应为16^2；修正项为连续自然数列，下一项为 4。故所求项$=16^2+4=260$。故正确答案为 C 项。

第三节　分数数列

一、幂次型分数数列

【例 1】题干数列可转化为：$1=1^3$，$9=3^2$，$5=5^1$，$1=7^0$，$\frac{1}{9}=9^{-1}$。底数为 1，3，5，7，9，构成公差为 2 的等差数列，指数为 3，2，1，0，-1，构成公差为-1 的等差数列，故所求项为$11^{-2}=\frac{1}{121}$。故正确答案为 D 项。

【例 2】观察发现，原数列可转化为：4^4、5^2、6^0、7^{-2}、（　）。底数为连续自然数列，指数为公差是-2 的等差数列，故下一项应为$8^{-4}=\frac{1}{8^4}$，其中分母部分尾数为 6，只有 D 项满足，当选。

二、结构型分数数列

（一）分子、分母分别变化

【例 1】A。观察数列大部分都是分数，选项也都是分数，考虑分数数列。分母呈现递增趋势，优先考虑反约分。原数列可化为：$\frac{1}{1}$，$\frac{6}{4}$，$\frac{11}{16}$，$\frac{16}{64}$，$\frac{21}{256}$，发现分母是公比为 4 的等比数列，则下一项为 256×4=1024；分子是公差为 5 的等差数列，则下一项为 21+5=26。故所求项为$\frac{26}{1024}=\frac{13}{512}$。故正确答案为 A 项。

【例 2】B。观察数列特征，大多数是分数，考虑分数数列。观察分子分母的规律，考虑反约分。原数列可转化为$\frac{32}{7}$，$\frac{64}{16}$，$\frac{128}{25}$，$\frac{256}{34}$，$\frac{512}{43}$，分子是 32，64，128，256，512，此数列是公比为 2 的等比数列，所求项分子为 512×2=1024；分母是 7，16，25，34，43，此数列是公差为 9 的等差数列，所求项分母为 43+9=52。故所求项$=\frac{1024}{52}=\frac{256}{13}$。故正确答案为 B 项。

【例 3】A。观察分数数列中分母较难发现变化，将分子进行通分，将各项写成为：$\frac{12}{12},\frac{12}{18},\frac{12}{24},\frac{12}{30}$,（　），分子均为 12，下一项仍是 12；分母是公差为 6 的等差数列，下一项是 36。因此原数列下一项是$\frac{12}{36}=\frac{1}{3}$。故正

确答案为 A 项。

【例 4】C。数列大部分为分数，判定为分数数列。分子、分母呈递增趋势，反约分，将分母转化为单调递增，则原数列可转化为：$\frac{3}{3}$，$\frac{6}{4}$，$\frac{12}{5}$，$\frac{24}{6}$，$\frac{48}{7}$，（　），发现分母是公差为 1 的等差数列，分子是公比为 2 的等比数列，所求项为$\frac{48\times2}{7+1}=\frac{96}{8}=12$。故正确答案为 C 项。

【例 5】B。原数列可变成$\frac{1}{1}$，$\frac{1}{3}$，$\frac{2.5}{9}$，$\frac{10}{27}$，$\frac{55}{81}$，（　）。分数数列优先尝试分组找规律，分子一组，相邻两项分子作商（后÷前），商数列为 1，2.5，4，5.5……，是一个公差为 1.5 的等差数列，那么商数列的下一项为 5.5＋1.5＝7，则（　）的分子为 55×7＝385；分母一组，是一个公比为 3 的等比数列，那么（　）的分母为 81×3＝243，则（　）为$\frac{385}{243}$。故正确答案为 B 项。

【例 6】观察数列，题干和选项中均有分数，优先考虑分数数列。反约分后，原数列可转化为：$\frac{1}{\frac{1}{2}}$，$\frac{2}{1}$，$\frac{3}{2}$，$\frac{4}{4}$，$\frac{5}{8}$，（　）。分子部分为连续自然数列，则所求项分子为 6；分母部分是公比为 2 的等比数列，则所求项分母为 8×2=16。故所求项为$\frac{6}{16}=\frac{3}{8}$。故正确答案为 A 项。

（二）分子、分母关联变化

【例 1】观察数列可以发现，分子为前一项分数的分母，分母为前一项分数的分子与分母之和。因此所求项的分子为 28，分母为 28+17=45，得到分数为$\frac{28}{45}$，故 A 项当选。

【例 2】观察数列可以发现，后一项的分子等于前项分母减分子，分母等于前项分子分母之积，故所求项$=\frac{210-23}{210\times23}=\frac{187}{4830}$。故正确答案为 D 项。

【例 3】后三个分数中，分母分别为 2、6、30，明显有倍数关系，倍数分别为 3、5，分别与前两项分子相同，猜测前一项的分子、分母乘积为后一项的分母；再观察分子，5-3=2，11-5=6，分别与前两项分母相同，猜测前一项的分子、分母之和为后一项分子。再对前两个整数进行整化分，该数列为$\frac{1}{1}$，$\frac{2}{1}$，$\frac{3}{2}$，$\frac{5}{6}$，$\frac{11}{30}$，（　），1+1=2（第二项分子），1×1=1（第二项分母）；2+1=3（第三项分子），2×1=2（第三项分母），均满足所猜测的规律。因此所求项分子为 30+11=41，分母为 30×11=330，即$\frac{41}{330}$。因此 D 项当选。

三、运算型分数数列

【例 1】题干为分数数列，转化为分母同为 4 的形式观察规律。转化后为：$\frac{1}{4}$、$\frac{2}{4}$、$\frac{6}{4}$、$\frac{24}{4}$、$\frac{120}{4}$、（　）。分母部分同为 4；分子部分相邻两项存在明显的倍数关系，考虑作商：

$\frac{1}{4}$　$\frac{2}{4}$　$\frac{6}{4}$　$\frac{24}{4}$　$\frac{120}{4}$　（$\frac{720}{4}$）

作商

2　3　4　5　（6）　构成连续自然数列

【例 2】数列呈平稳递增趋势，可利用作差法来寻找规律。

相邻两项作差得：$\frac{1}{2}$、$\frac{1}{4}$、$\frac{1}{6}$、$\frac{1}{8}$、$\frac{1}{10}$、（$\frac{1}{12}$），所求项为$\frac{167}{120}+\frac{1}{12}=\frac{177}{120}=\frac{59}{40}$。故正确答案为 A 项。

因此 B 项当选。

【例 3】D。相邻两项作商（前÷后），得商数列为$\frac{1}{1}$，$\frac{2}{3}$，$\frac{4}{5}$，$\frac{8}{7}$……，商数列是分数数列优先尝试分组找规律，分子一组，分子是一个公比为 2 的等比数列，那么商数列下一项的分子为 8×2＝16；分母一组，分母是一个公差为 2 的等差数列，那么商数列下一项的分母是 7+2=9，则（ ）为$\frac{35}{64}\div\frac{16}{9}=\frac{315}{1024}$。故正确答案为 D 项。

第四节 组合数列

一、间隔数列

【例 1】B。观察数列有两个括号且项数较多，优先尝试多重数列。奇偶交叉看，奇数项为 23、22、21，是公差为-1 的等差数列，下一项为 20；偶数项为 24、25、26，是公差为 1 的等差数列，下一项为 27。故正确答案为 B 项。

【例 2】D。观察数列共 8 项，优先考虑多重数列，偶数项 2、4、6、8，是公差为 2 的等差数列；奇数项 1、4、7、（ ），是公差为 3 的等差数列，所求项为 7＋3＝10。故正确答案为 D 项。

【例 3】B。观察数列特征，项数较多，考虑多重数列。交叉来看，奇数列 2，4，6，8，此数列是公差为 2 的等差数列；偶数列 8，16，32，是公比为 2 的等比数列，故所求项=32×2=64。故正确答案为 B 项。

【例 4】C。观察数列特征，数列项数较多，考虑多重数列。交叉来看，奇数列 3，0，7，-4，（ ），两两加和得到 3，7，3，？，此数列为周期数列，？=7，则所求项=7-（-4）=11。偶数列 2，3，2，3，此数列为周期数列。奇数项偶数项都有规律。故正确答案为 C 项。

【例 5】A。数列项数较多，可按分号将数列分组分析。观察可知，$3^2+4^2=5^2$，即每组中第一项^2＋第二项^2＝第三项^2，向后验证，$12^2+5^2=13^2$，$8^2+15^2=17^2$，符合规律。故所求项为$\sqrt{24^2+7^2}=\sqrt{625}=25$。故正确答案为 A 项。

二、分组数列

【例 1】A。观察数列特征，数列项数较多，考虑多重数列。交叉来看，括号中的前项数字为：1，3，7，15，（ ），两两作差得到 2，4，8，是公比为 2 的等比数列，所求项的前项为=15+8×2=31。括号中的后项数字为：2，4，8，16，是公比为 2 的等比数列，则所求项的后项=16×2=32。故正确答案为 A 项。

【例 2】观察数列特征，数列项数较多，考虑多重数列。交叉后无规律，考虑两两分组。括号中两项数字加和，得到 7，14，28，56，（ ），是公比为 2 的等比数列，则所求项中两项之和=56×2=112，只有 C 项满足条件。故正确答案为 C 项。

【例 3】D。方法一：观察数列特征，分号分成一组。每组两数倍数关系明显，考虑作商数列。前项÷后项，得到新数列：1.5；5；1.5；5；1.5；？，此数列为周期数列，？=5。D 项的前项÷后项=20÷4=5，满足题意。

方法二：观察数列特征，分号分成一组。每两组之间关系为：前一组两个数字的加和=后一组第一个数；前一组两个数字的差值=后一组第二个数。故所求数为 12+8=20，12-8=4。

故正确答案为 D 项。

【例 4】在作差、递推、作和均无规律的基础上，考虑分组数列。

数列两两分组：（3，4）（5，6）（8，？），每组之间相差为 1，则所求项应为 8＋1＝9。故正确答案为 A 项。

【例 5】数列共有 9 项，整体上变化杂乱，考虑三三分组。［1，2，5］，［3，4，19］，［5，6，（ ）］，先来分析第一组数字“1，2，5”之间的运算关系，发现$1+2^2=5$，即第一个数+第二个数的平方=第三个数，将此规律代入第二组，发现也成立。因此所求项应为$5+6^2=41$，C 项当选。

【例 6】B。数列作差作和均无规律，且各项均为两位数，考虑机械划分。将原数列中的数字拆成两部分去看，观察发现：2+3=5，1+4=5，3+7=10，5+5=10，7+8=15，即数列个位数加十位数的和分别为 5，5，10，10，

15，为周期数列，故所求项个位数加十位数的和为 15，观察选项，只有 B 项 6+9=15 符合规律。故正确答案为 B 项。

第五节　数位数列

一、多位数整数形式

（一）各项均为三位数或四位数

【例 1】D。观察数列大小杂乱且都是三位数，考虑特殊数列中的数位组合。数列各项的百、十、个位数字加和均为 20，那么下一项三个数字加和也应为 20，只有 D 选项 6+6+8=20，符合题意。故正确答案为 D 项。

【例 2】各项均为四位数，考虑数位数列。

将原数列各数字左右分为两组，作差后为 20-16=4、20-15=5、20-14=6、（　）、20-10=10。4、5、6、（　）、10，再作差可得：1、1、（2）、（2），因此所求项数字前一组－后一组=8，观察选项发现，只有 20-12=8 符合。故正确答案为 C 项。

【例 3】数列数值较大，均为多位数且规律不明显，考虑数位数列。将数列中的每一个数字按个位、十位、百位、千位的形式进行划分，得到一组新的数列：3，8，6，1；8，7，1，2；5，2，4，7；4，3，5，6；1，4，8，5。观察发现，3+6=8+1=9，8+1=7+2=9，5+4=2+7=9，4+5=3+6=9，1+8=4+5=9，故数列规律为：将一个数按个位、十位、百位、千位的形式划分后，个位数+百位数=十位数+千位数=9，观察选项，只有 3564 符合该规律。故正确答案为 A 项。

（二）首、尾项出现特别大的数字

【例 1】数列增长迅速，且尾项与选项都是特别大的数字，因此考虑数位数列。将各项拆分成两部分：2|1，5|9，11|17，23|25，（　|　），95|41。接着寻找各项对应位置上的数的规律。

左侧部分：2、5、11、23、（47）、95，为二级等比数列；右侧部分：1、9、17、25、（33）、41，为等差数列；因此原数列所求项应为 4733。故正确答案为 B 项。

【例 2】数列增长迅速，且尾项与选项都是特别大的数字，考虑数位数列。

将每一项拆成两个部分看，前半部分为：1，5，9，13，17，21，25，29，33，（37），是公差为 4 的等差数列；后半部分为：3，6，9，12，15，18，21，24，27，（30），是公差为 3 的等差数列，所以所求项为 3730。因此 B 项当选。

二、小数形式

（一）整数部分或小数部分单独具有规律

【例 1】D。观察数列特征，有小数点且数字位数较多，考虑机械拆分。小数点前的数字 7，13，19，25，31，可以看出此数列是公差为 6 的等差数列，（　）里应是 31+6=37；小数点后的数字 003，009，027，081，243，可以看出此数列是公比为 3 的等比数列，（　）里应是 243×3=729。故所求项是 37.729。故正确答案为 D 项。

【例 2】C。观察数列，有小数点，故考虑机械划分。以小数点为分隔符，小数点前是-32、48、-72、108、-162，构成公比为-1.5 的等比数列，故原数列小数点前数字为（-162）×（-1.5）=243；小数点后是 16、23、30、37、44，构成公差为 7 的等差数列，故小数点后的数字为 44+7=51。则所求项为 243.51。故正确答案为 C 项。

【例 3】数列各项均是小数，优先考虑将各项拆分为整数部分和小数部分。

整数部分：1　3　6　10　（15）

作差：

2　3　4　（5）　　　二级等差数列

小数部分：1　4　9　16　（25）

1^2　2^2　3^2　4^2　（5^2）　　幂次数列

所求项应为 15.25，因此 B 项当选。

【例 4】数列各项均为小数，作差无规律，优先考虑将各项拆分为整数部分和小数部分。

整数部分：2，5，8，11，14，（17），为公差是 3 的等差数列；

小数部分：1，2，4，8，16，（32），为公比是 2 的等比数列。

综上，所求项应为 17.32，故正确答案为 D 项。

（二）整数部分和小数部分之间具有运算关系

【例 1】A。数列全部都是小数，优先考虑小数点前后分别找规律，无明显规律，考虑组内规律。小数点前-小数点后新数列为 9，16，25，36，49，发现新数列为幂次数列，转化成幂次数的形式为3^2，4^2，5^2，6^2，7^2，新数列指数为 2，底数为自然数列，则新数列下一项为$8^2=64$。观察选项，只有 A 项小数点前-小数点后=67-3=64，满足规律，当选。

【例 2】B。每一项内部求和（整数部分＋小数部分），依次为 5，10，20，40，80……，是一个公比为 2 的等比数列，那么和数列的下一项为 80×2=160，代入选项验证，只有 B 选项中 75＋85＝160。故正确答案为 B 项。

【例 3】A。每一项内部求和（整数部分＋小数部分），依次为 4，8，16，32，64……，是一个公比为 2 的等比数列，那么和数列的下一项为 64×2=128，代入选项验证，只有 A 项中 53＋75＝128。故正确答案为 A 项。

【例 4】B。题干有特殊符号“.”，故考虑小数点前后的机械划分。小数点后数列 19，27，35，43，（ ），是公差为 8 的等差数列，下一项为 43+8=51；小数点前数列观察无明显特征，做差做和亦无规律，考虑与小数部分的关系，1×9=9，2×7=14，3×5=15，4×3=12，发现小数部分两数乘积取个位数是整数部分，即 1×9=9，取 9；2×7=14，取 4；3×5=15，取 5；4×3=12，取 2，则所求项整数部分为 5×1=5，取 5，故所求项为 5.51。故正确答案为 B 项。

三、整数+根式形式

【例 1】C。观察数列，有整数和根号，考虑机械划分。原数列可化为：$2\sqrt{1}$，$4\sqrt{2}$，$6\sqrt{4}$，$8\sqrt{7}$，$10\sqrt{11}$，（ ）。整数部分为：2，4，6，8，10，为偶数列，下一项为 12；根号部分为：1，2，4，7，11，后项-前项为 1，2，3，4，为自然数列，下一个数为 5，则根号部分下一项为 11+5=16；则所求项为$12\sqrt{16}$=48。故正确答案为 C 项。

【例 2】C。观察数列特征，有特殊符号“+”，考虑机械拆分。原数列可转化为$1+\sqrt{1}$，$2+\sqrt{2}$，$4+\sqrt{3}$，$8+\sqrt{4}$，$16+\sqrt{5}$，“+”前是 1，2，4，8，16，此数列是公比为 2 的等比数列，（ ）应是 16×2=32；“+”后是$\sqrt{1}$，$\sqrt{2}$，$\sqrt{3}$，$\sqrt{4}$，$\sqrt{5}$，根号下的数列是公差为 1 的等差数列，（ ）应是$\sqrt{5+1}=\sqrt{6}$。故所求项是$32+\sqrt{6}$。故正确答案为 C 项。

【例 3】C。观察数列，有整数和无理数，将数列化为同一形式，为$1+\sqrt{0}$，$3+\sqrt{3}$，$5+\sqrt{6}$，$7+\sqrt{9}$，$9+\sqrt{12}$，以“+”为分隔符，“+”前是 1、3、5、7、9，构成公差为 2 的等差数列，则下一项为 11；“+”后是$\sqrt{0}$，$\sqrt{3}$，$\sqrt{6}$，$\sqrt{9}$，$\sqrt{12}$，根号内的数字构成公差为 3 的等差数列，则下一项根号内为 15。故所求项为$11+\sqrt{15}$。故正确答案为 C 项。

【例 4】C。原数列可化为$\sqrt{4}$，$\sqrt{9}$，$\sqrt{16}$，$\sqrt{27}$，$\sqrt{46}$，（ ），根式下的数字为 4，9，16，27，46……，相邻两项作差（后－前），得一级差数列为 5，7，11，19……，再作一次差得二级差数列为 2，4，8……是一个公比为 2 的等比数列，那么二级差数列的下一项为 8×2=16，一级差数列的下一项为 19＋16＝35，那么（ ）为$\sqrt{35+46}=\sqrt{81}=9$。故正确答案为 C 项。

【例 5】B。原数列可化为$\sqrt{8}$，$\sqrt{17}$，$\sqrt{24}$，$\sqrt{37}$，$\sqrt{48}$，（ ），根式下的数字 8，17，24，37，48……，将所得数列分别加一减一后得到：9，16，25，36，49，为 3，4，5，6，7 的平方数列，因此下一项为 8 的平方=64，64+1=65，原数列下一项为$\sqrt{65}$。故正确答案为 B 项。

第六节 递推数列

【例 1】B。原数列中 36＝（30-12）×2，12＝（36-30）×2，30＝（51-36）×2，相邻三项中第一项＝（第三项-第二项）×2，那么[（ ）-51]×2＝36，（ ）为 69。故正确答案为 B 项。

【例 2】A。原数列作差作和均无规律，考虑递推数列。观察数列，发现：$24=36-\frac{24}{2}$，$12=24-\frac{24}{2}$，$18=24-\frac{12}{2}$，规律为第三项=第一项－第二项÷2，则所求项为 $12-\frac{18}{2}=3$。代入验证：$18-\frac{3}{2}=16.5$，符合规律。故正确答案为 A 项。

【例 3】A。观察数列无特征，作差无规律，考虑递推。该数列 7=3×2+1，16=7×2+2，36=16×2+4，80=36×2+8，可以得出规律，第二项=第一项×2+修正项，修正项为 1，2，4，8，此数列是公比为 2 的等比数列，故所求修正项=8×2=16。故所求项=80×2+16=176。故正确答案为 A 项。

【例 4】D。观察数列，呈现递增趋势且变化较快，考虑递推数列。观察相邻三个数字之间的关系有（3+2）×2=10，（2+10）×2=24，即（第一项+第二项）×2=第三项，验证后两项：（10+24）×2=68，（24+68）×2=184，均符合，因此所求项为 68。故正确答案为 D 项。

【例 5】A。观察数列，数字无明显特征，作差作和无规律，但相邻数字的倍数呈递增趋势，考虑递推数列。有 $(2-0)\times2=4$，$(4-1)\times3=9$，$(9-2)\times4=28$；规律为前一项减去首项为 0 的自然数列，再乘以首项为 2 的自然数列等于下一项。因此推测所求项为（28-3）×5=125，验证（125-4）×6=726，也满足此规律。故正确答案为 A 项。

第七节 图表数阵

【例 1】A。第一个圆内 8＋14＝18＋4，第二个圆内 7＋5＝3＋9，第三个圆内 6＋4＝8＋2，圆内存在规律左上＋左下＝右上＋右下，那么 5＋5＝？＋10，？为 0。故正确答案为 A 项。

【例 2】C。第一个圆内 12×4＝6×8，第二个圆内 10×2＝5×4，第三个圆内 4×4＝8×2，圆内存在规律左上×右上＝左下×右下，那么 1×3＝5×？，？为 $\frac{3}{5}$。故正确答案为 C 项。

【例 3】D。第一个圆内 2×6＝4＋8，第二个圆内 5×6＝12＋18，第三个圆内 7×3＝12＋9，圆内存在规律左上×左下＝右上＋右下，那么 6×4＝16＋？，？为 8。故正确答案为 D 项。

【例 4】C。第一个圆内（5-3）×7＝14，第二个圆内（4-2）×4＝8，第三个圆内（9-6）×3＝9，圆内存在规律（右上-左上）×右下＝左下，那么（？-10）×5＝15，？为 13。故正确答案为 C 项。

【例 5】B。第一个圆内（1＋2）×3＝9，第二个圆内（2＋4）×2＝12，第三个圆内（1＋5）×1＝6，圆内存在规律（左上＋右上）×左下＝右下，那么（3＋6）×2＝？，？为 18。故正确答案为 B 项。

【例 6】D。方法一：观察数列特征，没中心凑大数，大数位置不同，考虑单独的四则运算。先考虑加法，第一组 1+19+10+4=34，第二组 23+13+6+2=44，第三组 16+8+3+27=54，可以看出 34，44，54，（ ），此数列是公差为 10 的等差数列，则（ ）=54+10=64。第四组 10+4+？+19=64，则？=31。

方法二：第一个正方形左上角 1，逆时针变动一个位置的数字是 2，3，4，此数列是公差为 1 的等差数列；第一个正方形左下角 4，逆时针变动一个位置的数字是 6，8，10，此数列是公差为 2 的等差数列；第一个正方形右下角 10，逆时针变动一个位置的数字是 13，16，19，此数列是公差为 3 的等差数列；第一个正方形右上角 19，逆时针变动一个位置的数字是 23，27，？，此数列是公差为 4 的等差数列，则？=27+4=31。故正确答案为 D 项。

【例 7】A。观察数列特征，都是 6 的倍数。分解因式：

6=6×1	6=6×1	6=6×1	6=6×1
6=6×1	18=6×3	30=6×5	42=6×7
6=6×1	30=6×5	78=6×13	150=6×25
6=6×1	42=6×7	150=6×25	?

观察每个田字格，左上+右上+左下=右下，则？=78+150+150=378。故正确答案为 A 项。

五、申论

第一节　归纳概括题

【经典真题 1】（2019 年山东 B 卷第二题）

根据“给定资料 2”，分析 C 市目前幼儿教育发展的主要问题。（20 分）

要求：分析全面、准确，条理清晰；不超过 300 字。

【参考答案】

C 市目前幼儿教育主要面临发展不平衡不充分的问题，具体表现有四：

一、公立幼儿园入园难。公立幼儿园一位难求，招录名额供给难以满足家长需求。

二、高档幼儿园入园贵。高档社区幼儿园的高昂收费标准让很多中低收入家庭望而却步。

三、普惠性民办幼儿园办学质量差。普惠性民办幼儿园教育理念落后，办学规模小、设施简陋、办园条件差、师资待遇低，师生关系不和谐。

四、普惠性公办幼儿园师资不稳定。教师工作强度与薪酬不对等导致教师难坚持；学前教育专业遇冷，男女教师比例严重失调。

【经典真题 2】（2021 年浙江省考申论 A 卷第一题）

根据资料 6，简要归纳浙江产业创新服务综合体建设的主要做法。（20 分）

要求：（1）全面、准确，有条理；（2）字数不超过 250 字。

【参考答案】

一、强化建设保障。各地党委政府领导建设，整合服务资源，省里出台政策给予资金支持，各地出台配套政策形成工作合力。二、创新运作管理。营运主体实行市场化运作，对创新服务机构实行绩效考核，建立动态管理机制。三、明确建设思路。各地政府着眼补齐做强优化产业链，按照综合体建设跟进产业培育重点的思路，促进地方特色主导产业裂变发展。四、定位服务功能。综合体最重要的功能是集聚整合产业创新要素，形成创新创业生态系统。五、提升服务能力。数字赋能为综合体提供集成化公共服务，设立企业一站式服务窗口提供标准化个性化服务。

【经典真题 3】（2021 年多省联考海南卷第一题）

根据“给定资料 1”，请你谈谈 C 市是如何解决救助工作“最后一公里”难题的。（20 分）

要求：全面，准确，有条理。不超过 400 字。

【参考答案】

C 市推出“社区救助顾问”制度，解决救助“最后一公里”问题：

一、提供主动救助。组建“社区救助顾问团队”，主动走访，发现“沉默”困难群众，精准评估并制定差别化救助方式，变“人找政策”为“政策找人”。

二、提供精准救助。打通各部门数据，形成可统计、分析、关联的智慧救助大数据，做好困难家庭的动态信息收集和数据管理分析，确保“应保尽保，不落一户”。

三、提供“造血式”救助。救助顾问分析个体或家庭致贫原因，“一户一案”设计救助计划，通过“政策包”“资源包”匹配救助资源，提供全程式、陪伴式服务。

【经典真题 4】（2021 年国家公务员考试地市级第一题）

“给定资料 1”中，风林村在实施“村寨银行”项目后，发生了巨大变化。请你谈谈风林村有了哪些变化。（10 分）

要求：全面、准确、有条理，不超过 250 字。

【参考答案】

风林村实施“村寨银行”后，从坐吃山空到山绿人富，走上了一条绿色发展之路。变化有四：一、管理方

式变自治。村民从各管各到一起讨论制定村规民约，风林村“制度最管用、自治最省心”。二、生态保护更自觉。“村寨银行”既满足了村民各种资金需求，又激发了村民保护生态的内生动力，让保护环境成为自觉。三、发展方式更绿色。村民从砍树到种植果树、开辟中药材生产基地、成立专业合作社种植销售农产品，发展旅游服务业。四、生态环境更优良。树木增多，珍稀动物变多，良好生态吸引游客慕名前来。

【经典真题 5】（2021 年上海公务员申论 A 卷第一题）

根据“材料 1”~“材料 4”，概述数字经济中劳动者可能遭遇哪几类不利问题，并分别简述其原因。（20 分）

要求：概括准确，条理清楚，语言精练，字数不超过 300 字。

【参考答案】

问题及成因是：一、工作压力严重。AI 监工系统和数据分析软件能够深度自动跟踪员工，将员工行为数据化，为评估、解雇员工提供参考。

二、工资低且无福利。企业利用数字技术测量、监控、量化劳动价值，以低工资换取最大工作量，降低劳动者的抵抗和破坏。

三、失业风险高企。下一代互联网为公司实现信息技术运营的合理化提供了直接机会，人工智能系统会取代人力资源。

四、安全威胁严峻。数字平台对外卖送餐员实行算法管理的时间规训和操控，不断缩短送餐时间，逼迫送餐员违反交规甚至因而伤亡。

【经典真题 6】（2020 年江苏 A 类第一题）

“给定资料 1”勾勒了我国互联网的发展历程，请归纳概括出我国互联网在不同发展阶段的特点。（20 分）

要求：紧扣给定资料，准确全面，条理清楚。篇幅不超过 250 字。

【参考答案】

我国互联网经历了从无到有，从弱到强。在不同发展阶段的特点是：一、起步阶段：发展滞后。互联网企业开始诞生，电子商务出现萌芽，行业从模仿到孕育内生力量。网络飞入“寻常百姓家”，但网速慢，网民少。

二、网络大国阶段：飞速发展。网民数量、宽带网民数量和 CN 域名全球注册量位居世界第一；互联网行业快速发展；“互联网+”成为国家行动计划。

三、建设网络强国阶段：引领发展。中国开始参与互联网全球治理；5G 技术开始商用；“区块链”成为党中央关注焦点，行业竞争更为激烈。

【经典真题 7】（2017 年天津滨海新区第一题）

请根据“给定资料 2 和 3”分析共享经济发展的条件有哪些？（15 分）

要求：归纳全面、准确、简明，有条理，字数不超过 250 字。

【参考答案】

共享经济发展有六大条件：一、闲置资源充足。闲置资源是共享经济发展的前提基础，如共享住宿依赖高住房空置率；共有产权房需要监管保证用地量。二、资本大量注入。资本注入盘活闲置资源，如小猪短租等借力融资托管房源。三、诚信保障健全。征信体系和诚信文化是共享经济完全 C2C 模式的发展条件。四、用户规模大。流动量、广泛用户基础是共享经济发展的关键和条件。五、信息联通共享。互联互通和信息共享是共享经济发展的必备条件。六、产权使用权分配清晰。产权和使用权问题是共享经济发展的核心要素。

第二节 综合分析题

【经典真题 1】（2019 年联考湖北卷第一题）

“给定资料 2”中提到“随着大数据时代的来临，信用成为每个人的‘第二张身份证’”，请你谈谈对这句话的理解。（15 分）

要求：全面、准确、简明，有条理，字数不超过 200 字。

【参考答案】

这句话是指中国正进入信用社会，个人和机构的信用度在大数据时代能被量化，并发挥重要作用。重要作用有：一、支撑新经济发展。提升新经济交易效率。二、提高企业经营效率。助力企业经营效率变得更高。三、激发创业创新热情。提供个体公平发展机会。四、推动社会综合治理。推动整个社会综合治理的发展。五、塑造和谐社会。信用成为制度和规则，塑造和谐社会。

因此，要全面建立信用体系，建好信用社会。

【经典真题 2】（2017 年联考云南卷第一题）

根据“给定资料 1”，谈谈你对“文化之美，是入世而独立。”这句话的理解。（15 分）

要求：概括全面，归纳准确，文字简明，条理清楚。不超过 150 字。

【参考答案】

这句话是指在文化的新陈代谢中，接纳外来文化和文化创新必须坚守自身独立与清醒，否则会陷入文化拿来主义，丧失文化自信和创造能力。

危害/问题/负面影响有：一、文化趋势偏好娱乐；二、翻译破坏文化内涵；三、掠夺式开采利用传统文化。

因此，我们要不盲从、不封闭、兼收并蓄，保持文化的风韵气度。

【经典真题 3】（2018 年浙江 A 卷第二题）

结合“资料 2、4、5、6”，谈谈你对小微企业发展“专精特新”导向的理解。（30 分）

要求：1．观点正确，理解深刻；2．不拘泥于“给定资料”；3．字数不超过 600 字。

【参考答案】

小微企业发展“专精特新”导向是指浙江省政府明确将“专业化、精品化、特色化、创新型”作为引导省内中小微企业的发展方向。具体理解如下：

一、实施“专精特新”导向的原因是：（一）助力小微企业发展壮大。萧山的鲁冠球因为专注于万向节领域，走“小而专，小而精”之路而发展为“企业常青树”；浙江楼某专注发展吸管行业，发展成为“行业领导者”。（二）助力小微企业转型升级。海归创二代徐某通过创新技术和服务以满足市场需求，并实现了企业的转型升级。（三）助力小微企业应对外部问题。面对增加的生存风险和较大生产压力，小微企业若缺少自主创新能力，只生产同质化低端化产品，将难以应对挑战。相反，只有走“专精特新”发展道路，才有可能成长为隐形冠军，在外部经济不景气时仍实现稳定增长。（四）助力浙江经济转型升级。浙江是民营经济大省，中小微企业若能通过走“专精特新”之路成长为“小巨人”，将在浙江省转型升级中扮演重要角色。

二、落实“专精特新”导向的措施是：筛选走“专精特新”发展道路的中小企业建立隐形冠军培育库，示范更多中小企业走“专精特新”发展道路。

总之，浙江省应不断完善政策引领更多中小微企业走“专精特新”发展之路，提升企业的政策获得感，助力浙江经济转型升级。

【经典真题 4】（2019 年国考地市级第四题）

“给定资料 4”中的座谈会上，主持人说：“如果不能打破这种种‘遮蔽’，就拿不出有份量的作品。”请谈谈你对“种种‘遮蔽’”的理解。（15 分）

要求：观点明确，紧扣资料，准确全面。不超过 200 字。

【参考答案】

种种“遮蔽”是指文艺创作面临的种种问题，如不解决，就拿不出有份量的作品，具体理解如下：

一、文艺创作面临问题：（一）不尊重历史。（二）仅满足自我倾述需要。（三）被技术和金钱影响初心。二、对策：（一）提升能力和责任意识。（二）既表达自己，也书写他人。（三）深入基层，了解百姓生活。

总之，只有将个人情感和国家命运紧密相连，才能创作出有时代精神、思想深度、生活温度的作品。

【经典真题 5】（2019 年山东 A 卷第二题）

根据“给定资料 2”，谈谈你对“政策上的善意”的理解。（20 分）

要求：理解准确，分析透彻，条理清晰；不超过 300 字。

【参考答案】

政策上的善意是指政策旨在让民众得实惠，这种善意不仅体现在政策制定上，也体现在政策的执行过程中。

具体理解如下：一、政策制定让利于民。个税扣除政策是减轻税负的惠民举措。二、政策执行利用技术迭代回应民众期待。面对“向租客减税是为了向房东征税”的政策曲解，个税 APP 变必填的出租人信息为选填，打消了公众顾虑。三、政策执行通过限制公权力给予群众信任。为保证税务申报信息真实，税务部门采取事后追责，授予纳税人“信用”，避免过量信息收集带来的风险和摩擦，体现税收的“谦抑性”。

总之，用技术迭代回应民众期待，用谦抑、信任释放政策善意，才能让好的政策收获更好的社会效果。

【经典真题 6】（2018 年广西 A 卷第二题）

“给定资料 3”中，郑女士认为：“京剧这个行业真的不能过分商业化，直播中多数人只看到京剧的皮毛和八卦，而忽略了京剧艺术本身。”请就她的观点谈谈你的看法。（15 分）

要求：观点明确，分析透彻，条理清晰，字数不超过 350 字。

【参考答案】

郑女士的观点有合理之处，也有不合理之处，应辩证看待。一、合理之处是京剧不能过分商业化。（一）为盈利一味迎合粉丝会破坏艺术的特有属性和基因。（二）丧失艺术价值的京剧难以继续传承。

二、不合理之处是：（一）直播的传播形式和京剧表演有距离。直播只是将线下表演方式移到线上，和传统形式无本质区别。（二）观众水平低会影响京剧艺术传承。直播的规模效应能够提升演员商业价值，且商业化运作同样可以鉴别“真材实料”。

因此，京剧既要借助商业化运作寻回生命力，也要坚守底线，这要求京剧表演者做到：一、树立正确转型观。要和网络经济做伙伴。二、适应新表演场景。适度与粉丝互动。三、坚守匠人风范。有所坚持，不破坏艺术特有属性及基因。

【经典真题 7】（2015 年国考副省级第二题）

新技术的使用能否突破社会结构的屏障，是很多人关心的问题。根据“给定资料 2”，谈谈你的看法。（20 分）

要求：（1）观点明确，有理有据；（2）论述全面，语言简明；（3）不超过 250 字。

【参考答案】

我认为新技术的使用虽为农民工带来有利改变，但暂不能突破社会结构屏障。

一、新技术为农民工带来有利改变。（一）为农民工生活、交往、就业求职等带来便利。（二）为农民工提供主体性表达渠道。（三）提升新生代农民工组织化的维权能力。二、新技术不能突破社会结构屏障。（一）线上和线下结合才能发挥作用。（二）新技术使用拉大了农民工和拥有更多财富和资源群体之间的效益差距。

总之，新技术的使用在城乡之间显现出明显的马太效应，只在一定程度上填平了普通人和信息垄断者的鸿沟。

【经典真题 8】（2020 年江苏 A 类第二题）

“给定资料 2”中的张先生与小胡通过自身在互联网世界的经历，总结出各自的职业观，请对他们的职业

观分别进行评析。（15 分）

要求：观点正确，分析透彻。篇幅 250 字左右。

【参考答案】

张先生和小胡的职业观都有失偏颇，应辩证看待。

张先生认为职业只是工作，有价值的事都可称为正业。其合理之处是担当社会责任。他参与网络公益项目，帮助他人回馈社会。不足之处是缺乏敬业精神。在工作时间经营其他身份，耽误本职。

小胡认为要选择风口职业以追求财富和名声。其合理之处是重视时代机遇。他根据互联网风口变化规划职业生涯。不妥之处是过于功利。他过分看重风口带来的财富和名声，影响了职业稳定性。

总之，年轻人应树立正确的职业观，既要担当社会责任，敬业奉献，也要抓住时代机遇，实现个人价值。

【经典真题 9】（2019 年吉林乙卷第二题）

“给定资料 5”提到“报复性熬夜”这一现象，请你结合给定资料 4、5，对这一现象进行评析。（15 分）

要求：观点明确，分析透彻，条理清晰，不超过 300 字。

【参考答案】

报复性熬夜是指年轻人明知熬夜危害，却依旧熬夜。这一现象危害较大，需正确引导。

一、报复性熬夜的危害：影响年轻人健康状态。

二、报复性熬夜的原因：（一）休闲时间有限。国人工作时间超支，平均休闲时间少于发达国家，年轻人牺牲睡眠时间满足休闲娱乐和学习充电需求。（二）休闲方式多元。手机等休闲方式兴起，年轻人有更多选择。（三）休闲教育发展滞后。休闲教育起步晚，研究力量薄弱，缺乏对实践关注，年轻人不懂得如何有效利用闲暇时间。

因此，要提倡健康休闲方式。要提倡积极、主动、成长的休闲方式；推动休闲教育的发展；引导年轻人高效开发利用闲暇时间，自觉抵制“报复性熬夜”。

【经典真题 10】（2016 年河南第二题）

请分析“给定资料 3”中提及的两种乡村治理模式在管理理念、价值取向和实施效果上的不同之处。（20 分）

要求：全面、准确、深入；不超过 250 字。

【参考答案】

“能人治理”模式和“乡村典章”模式的不同之处有：

一、管理理念不同。前者选举乡村精英为基层组织当家人，精英以个人意志和能力主导管理；后者突出党组织的领导核心地位，依托“乡村典章”建立具有普遍约束力的村务运作机制。二、价值取向不同。前者旨在发展经济，带动致富；后者注重为群众服务。三、实施效果不同。前者带动经济发展效果好，但滋生村民依赖心理，滋长干部不良作风；后者提高党在基层的威信，弥补政策法律盲点，培养村民自主意识，但影响办事效率。

二者各有优劣，各地应结合实际选择适合的治理模式。

第三节　启示分析题和提出对策题

启示分析题

【经典真题 1】（2020 年国考副省级第二题）

“给定资料 2”中，M 农场的案例为新时代青年创业提供了哪些启示？（15 分）

要求：分析全面，条理清晰。不超过 300 字。

【参考答案】

M 农场给青年创业的启示是：一、要树立利民初衷。M 农场创始人的初衷是希望更多百姓吃到有品质的大米，研制出“胚芽米”。

二、要应用高新科技。M 农场引入人工智能等高新技术为传统农业增效；实现了生态农业智能化、无人化管理。

三、要创新产业模式。M 农场以生态水稻种植为基础，实现“一二三产业”高度融合发展，打造全新产业链模式。

四、要培养青年团队。M 农场培养一批年轻的知识型、技术型“新型农民”，提高其收入，为青年人发展新型农业、改变乡村提供平台。

五、要担当社会责任。M 农场是国家乡村振兴战略的实践者和受益者，对国家和社会发展有益。

【经典真题 2】（2019 年联考安徽 A 卷第二题）

“给定资料 3”介绍了龙台村开展信用村创建的具体做法，请归纳其主要经验，供 G 县在全县范围内开展信用村创建工作时借鉴。（20 分）

要求：（1）准确全面，普适性强；（2）分条列出，简洁明了；（3）不超过 300 字。

【参考答案】

龙台村创建信用村主要有四大经验：

一、成立专门机构，制定实施方案。龙台村成立领导小组，制定信用村创建的实施方案。

二、创新工作机制，完善信用记录。政府建立“党群服务中心”，政府、银行和村民三方共同签订守信合约，对农户进行信用评级，建立信用信息档案。

三、广泛宣传带动，动员农户参与。领导小组利用各种载体，采取“以先进带后进，正向激励形成面”的思路发展一批信用户，并积极帮扶一般农户争创信用户。

四、定制信贷模式，助力精准扶贫。针对农户不同的情况，领导小组量身定制不同扶贫信贷模式。

【经典真题 3】（2018 年联考湖南卷第一题）

根据“给定资料 1”，简述资料中的做法在改善和提高公共服务方面有哪些可借鉴的经验。（15 分）

要求：紧扣资料，内容具体，逻辑清晰，层次分明，不超过 200 字。

【参考答案】

一、联通共享优质资源，提升基层服务能力。A 省省立医院建立移动医疗平台，提升基层医疗服务能力。二、创新服务模式，服务弱势群体。B 市养老机构探索“老少融合”养老新模式，年轻人以志愿服务抵扣房租。三、科学设计制度，保证服务时长。签署入住协议的志愿者需根据服务时长和次数决定抵扣房租的多少。四、完善考评规则，保障服务质量。提前制定考评规则，每半年一考核，决定志愿者是否延续入住。

【经典真题 4】（2013 年国考地市级第一题）

如何做好基层文化建设工作，直接关系到中华民族传统文化的继承与弘扬，请你谈谈“给定资料 1～3”对做好这方面工作有哪些启示。（20 分）

要求：紧扣“给定资料”，条理清楚。不超过 300 字。

【参考答案】

启示有五：一、将民生改善和民族文化传承相结合。牛街进行危房改造来改善民生，利用现有条件和历史文化资源保留民族风情，尊重穆斯林习俗，传承白猿通臂拳等非物质文化遗产。

二、满足群众需求。乡村放映员放映电影、科教影片等先后满足群众的文化生活和学习农业科技的需求。

三、发挥基层工作者作用。应选拔真正热爱文化事业、愿意服务基层的工作者进行基层文化建设。

四、加大设施投入。大学生村官申请资金，兴建农家书屋，丰富村民业余文化生活。

五、创新制度和方法。基层工作者创新文化站管理制度和宣传方式，让文化站更有人气，发挥文化服务功

能。

【经典真题 5】（2019 年江苏 B 类第一题）

请结合“给定资料 1”，谈谈沈书记的“三怕”对做好执法工作的启示。（15 分）

要求：理解准确，分析透彻，条理清晰。篇幅 250 字左右。

【参考答案】

沈书记的“三怕”对做好执法工作的启示是：一、要倾听群众需求，明确执法重点。村民对脱贫致富以及安全的需求帮助沈书记找准工作重点，明确大陈村发展方向。

二、要解放思想，提升执法工作能力。（一）请教能人老乡，寻求发展思路。（二）依靠群众自治，优化治安管理。（三）耐心沟通协商，化解外来人口和本地村民的纠纷。

三、要执法为民，优化执法服务。大陈村取得经济发展成绩后，投入大量资金完善公共服务设施，便捷村民生活，满足村民对美好生活的需要。

提出对策题

【经典真题 1】（2018 年北京第三题）

假如要将“给定资料 5”中提到的 L 街道作为北京市老旧小区改造工程的试点，如果你是该街道办事处的工作人员，请你提出推动街道老旧小区改造工作的思路。（25 分）

要求：内容全面、合理可行，条理清晰，语言简练，字数不超过 350 字。

【参考答案】

试点问题是：一、群众不配合。二、协调难度大。三、工作人员业务不熟练。我的改造思路是：

一、深入调研改造小区情况。协调居委会、物业等，了解老旧小区的基本情况，以及居民的需求、态度意见和困难。

二、面向小区居民开展宣传。通过海报、传单、网络和实际走访重点住户等方式，宣传老旧小区改造的内容和好处、政府做出的投入和努力以及成功的改造案例。

三、重点协调有反对意见的居民。协调居委会、物业和施工方，深入了解这些居民的担心、困难和可能造成的损失，反复耐心地做好沟通工作，尽量通过协调施工方案降低对居民的负面影响。

四、做好人员保障。对参与改造的工作人员进行培训，对于法律等专业问题，可寻求第三方支持，通过购买法律咨询服务来满足群众需求。

【经典真题 2】（2019 年江苏 C 类第三题）

请对“给定资料 3”中 X 村环境存在的问题提出治理建议。（25 分）

要求：（1）准确全面，条理清楚；（2）有针对性，有可行性；（3）篇幅 350 字左右。

【参考答案】

针对垃圾无人清理、陋习难改及老物件随意弃置问题，建议有：一、开展垃圾专项治理，营造良好卫生环境。(一）清运垃圾堆。召开村民大会，按“谁生产，谁收费，谁处理”的原则厘清清运责任。（二）形成长效监管。在空地树立“禁止倾倒垃圾”标识，专门划定企业倾倒垃圾的场所，组织村民定期巡逻监督。

二、开展移风易俗活动，营造文明乡村环境。党员干部以身作则；加强宣传教育，普及燃烧鞭炮的危害，弘扬勤俭节约新风尚；建立红白理事会，引导村民自觉移风易俗。

三、挖掘利用人文资源，营造优质旅游环境。收集农具老物件，进行村史展览；培育村文化人才队伍，扶持自办文化；依托传统节日开展民俗活动，传承优秀礼仪，打造特色文化，发展乡村旅游业。

【经典真题 3】（2020 年国考地市级第四题）

如果你是沙洲市市场服务中心工作人员，请根据“给定资料 4”，分别梳理三个市场存在的问题，并提出相应的解决措施。（25 分）

要求：（1）问题梳理全面、准确；（2）所提措施有针对性、切实可行；（3）不超过 500 字。

【参考答案】

莲池农贸市场的问题是市场脏乱差：过道狭窄；缺乏排水；消防设施配备不全；空气流通不畅异味大。对策是改造旧市场。一、完善改造方案。明确临时市场的位置并完善管理措施，设置雨棚；登记摊贩经营摊位，做好协商，保证改造后有序入驻。二、完善设施建设。加大对消防、排水、通风、卫生设施的投入；拓宽市场过道。

豹岭早市的问题是缺乏规范场所：流动摊贩多；临时市场秩序乱；造成交通拥堵；形成噪音污染。对策是新建菜市场。一、规划新建场所。申请将闲置老厂房规划设计为农贸市场。二、设置固定摊位。有序引导流动摊贩入驻。三、加强市场管理。打击流动摊贩，制定摊贩经营守则，改善环境。

月湖市场的问题是管理不完善：车辆停放、货物堆放不规范；占道经营普遍；活禽摊位管理不善导致污染严重。对策是完善市场管理。一、改造提升市场硬件。边营业边整改，做好安全防范。拓宽过道，设置栏杆。二、科学制定制度。听取专家和群众意见，规定车辆停放、货物摆放、活禽摊位设定的规则，做到便民利民。三、引入多元治理。通过制度设计将政府、市场管理方、消费者、经营方都纳入治理主体，实现共治。

【经典真题 4】（2019 年深圳一卷第二题）

针对“给定资料 10”反映的电动汽车电池问题提出对策。（30 分）

要求：（1）考虑全面，对策合理，条理清晰；（2）总字数不超过 400 字。

【参考答案】

电动汽车电池面临的问题是：一、电池安全隐患大；二、废旧电池回收压力大；三、企业回收电池效率及积极性低。

针对此，对策是：一、加强电池安全使用的宣传力度。通过电视媒体、社区广播、为购车车主发放电池使用须知等方式向大众普及电池使用、运输、贮存、处置等方面的安全知识。

二、建立统一的电动汽车电池技术标准。加强技术攻关，结合技术和产业化发展来加快推进相关标准的制定，助力降低废旧电池的回收成本。

三、制定电池回收的强制性规范体系。推动对电动汽车电池回收的法律法规和强制性规范体系的制定，提高电池回收的规范性，创造良好的电池回收环境。

四、引导企业开发电池回收市场。引导行业整合优势资源，加强合作以探索“梯次利用”的回收利用模式，扩大电池回收利用的市场规模。

【经典真题 5】（2018 年联考湖北卷第一题）

根据“给定资料 1~2”，针对当前互联网协同消费经济存在的问题，提出相应的对策。（20 分）

要求：紧扣资料，对策可行，不超过 300 字。

【参考答案】

问题：一、民众不信任。二、信息安全无保障。三、平台交易双方缺乏信任。四、劳动权益易受侵害。五、虚假信息泛滥。

对策：一、完善法律法规。加强立法，为相应的问题解决和劳动者权益保护提供相应的法律依据。二、加强监管与引导。建立与完善新的监管体系，引导鼓励企业创新商业模式；引导民众遵守规则，承担责任，客观理性地分享和接收网络信息。三、平台加强管理。加强审核，确保信息安全以及避免虚假信息。四、完善征信体系。完善社会征信体系，提升交易双方的信任感。五、创新商业模式。采取科学的盈利模式，创造真正的消费者。

第四节　应用文写作题

【经典真题 1】（2015 年联考四川卷第二题）

假设你是 S 省 A 市文化主管部门的一名工作人员，陪同部门领导前往“资料 7”中的 W 新区，就该地区的公共文化服务体系建设进行了考察，请以该部门的名义，针对“资料 7”撰写一份提交 A 市市政府的考察报告。（30 分）

要求：（1）定位准确，格式正确；（2）思路清晰，分析深入；（3）语言流畅，书写工整；（4）不超过 500 字。

【参考答案】

关于 W 新区公共文化体系的考察报告

A 市政府：

公共文化服务是当前改革的重要内容。目前 W 新区在公共服务体系建设方面探索出了政府外包服务的社会化运作之路，公共服务体系建设呈现出良好态势。经考察，W 新区的经验为我市提供了以下借鉴：

一、完善购买机制。确定买什么，向谁买，怎么买，通过公开招标将服务外包给专业公司。

二、满足群众需求。采取多种方式问需于民，与基层构建互动交流模式。

三、传承传统文化。将地域特色文化传承纳入社会文化组织的培育和建设。

四、政府加强监管。通过制定考核细则，加强监管保障服务质量。

A 市文化局

XXXX 年 XX 月 XX 日

【经典真题 2】（2017 年国考地市级第四题）

假如你是 L 市水务部门的相关工作人员，请根据“给定资料 4”，就 L 市构建城市生态水系的规划特点及其可行性，写一份材料，供领导参阅。（15 分）

要求：（1）紧扣资料，内容全面；（2）层次分明，有逻辑性；（3）不超过 400 字。

【参考答案】

L 市构建城市生态水系的特点及可行性报告（可省略）

特点：一、主题鲜明：L 市城市生态水系建设贯彻了“山水城市”的主题思想。

二、综合效益显著：推进黄河流域治理保护，能带来生态效益；实现文化产业升级，带来文化效益；有助于 L 市产业结构调整和转型，带来经济效益。

三、建设起点高：按照世界眼光、西北一流、本省特色的要求，高起点建设城市水系，以路网和水系并重的理念，打造山水美丽城市。

可行性：一、自然条件优越：黄河流经 L 市段的长度、高度、流量、L 市的山水格局为水系提供了良好基础。

二、阶段性目标合理：明确了 2017 年及 2020 年的阶段性目标，目标明确合理，有助于稳步推进水系建设。

三、保障措施健全：成立专门领导小组，协调有力；组建专家顾问组，决策科学；问计于民，群众支持；宣传推广，共识明确。

【经典真题 3】（2018 年国考副省级第二题）

上级部门来 W 市考察，请你根据“给定资料 2”，就 W 市在经济转型升级过程中的探索，写一份汇报提纲。（20 分）

要求：（1）紧扣资料，内容具体；（2）语言流畅，有逻辑性；（3）不超过 400 字。

【参考答案】

关于 W 市探索经济转型升级的汇报提纲（可省略）

我市民营经济发达、传统产业占比高，把发展智能经济作为转型升级的突破口，具体进行了以下探索：

一、找准切入点，抢占发展先机。把机器人产业作为发展智能经济的切入点和先导产业，抢占先机。

二、制定系列规划，延续深化区域发展战略。发展机器人产业的一系列规划，是区域发展战略的延续和深化，包含举办机器人峰会，规划机器人小镇等。

三、推进传统企业智能化改造，助力产业转型升级。传统企业借助“机器换人”进行智能化改造；基于物联网技术和大数据分析找到最优制造模式。

四、创造良好生态，引进高端人才。创造良好环境，吸引海内外各类创新人才，并促进企业家之间、企业家和政府之间的密切互动，促进企业成长。

【经典真题 4】（2018 年联考湖北卷第三题）

某省出版发行集团拟召开部分下属企业负责人参加的座谈会，请结合“给定资料 6”的启示，为出席会议的总经理草拟一份推进信息时代企业转型升级的动员讲话提纲。（25 分）

要求：（1）列出一级提纲及要点；（2）切合主题，内容具体；（3）条理清楚，层次分明；（4）不超过 300 字。

【参考答案】

发言提纲（可省略）

一、背景：随着互联网的进一步发展，当前已经进入共享时代，传统的文化出版领域面临很大的挑战，一些传统文化产品结合互联网却并不成功，在理念上、运营上与互联网经济相违背。因此我们必须顺应时代变化，转变观念，实现整体的转型升级。

二、推进转型升级做法

（一）转变观念，树立共享理念。开放和共享是互联网经济的主要特征，要在互联网时代取得成功，前提是满足互联网产品的逻辑、适应互联网发展生态，要具备共享的精神。

（二）创新运营模式，实现共享模式。要充分了解消费者的阅读习惯和购买方式，依托现有资源，变革运营模式，创新出版内容，实现服务的转型升级。

（三）多方合作，拓展产品与服务。借助自身平台，与教育、旅游、金融等机构合作，提供多样的产品和服务，不断拓展。

【经典真题 5】（2018 年广西 B 卷第三题）

根据“给定资料 6”中反映的情况，如果你是 L 县县政府的工作人员，请草拟一份在官方微博上向公众作出回应的文稿。（25 分）

要求：内容全面，语言得体，符合实际，不超过 400 字。

【参考答案】

关于 L 县旅游发展相关情况的说明

各位网民朋友：

近年来我县旅游发展乱象频发，既伤害了游客的合法权益，也损害了我县的声誉。为此，我县政府向大家致以最诚挚的歉意，并将积极整改。

一、开展旅游市场秩序综合整治行动。我县将按照省旅游局的整改要求，逐项落实整改措施，规范市场秩序。二、严肃处置相关责任人。严肃处理乱作为的相关工作人员和侵害游客权益的从业者，涉嫌违法者移交法律处理，情节严重者吊销经营许可证。三、强化旅游市场监管。我们将开通网络举报渠道强化社会监督，同时建立完善旅游市场监管工作联席制度以打造健康旅游市场。

希望各位网民朋友们继续监督，我们一定积极改进，为来 L 县旅游的游客朋友提供优质的旅游服务。

L 县政府

XXXX 年 XX 月 XX 日

第五节　大作文

【经典真题 1】（2021 年多省联考湖南申论卷第四题）

给定资料 4”中提到“努力让民生服务更有‘温度’，民生福祉更有‘质感’，让人民群众的获得感更足”。请你深入思考这句话，联系实际，自选角度，自拟题目，写一篇议论文。（40 分）

要求：（1）参考给定资料，但不拘泥于给定资料；（2）思路清晰，语言流畅；（3）字数 1000-1200 字。

【参考范文】

办好民生实事　改善民生品质

今年是“十四五”开局之年，党和政府面临统筹抓好疫情防控和社会经济发展的严峻考验。考验面前方显担当，各地政府的担当体现在有温度的政府工作报告中，那就是用政府的紧日子换群众的好日子。只有切实办好民生实事，才能增进民生福祉，让群众更有获得感。

民生连着民心，民心关系国运。过去五年间，扶贫攻坚和精准救助让困难人群的生活得到了基本保障，基层治理创新让干群关系更融洽，人民更有幸福感。但保障和改善民生没有终点，只有连续不断的新起点。因此在“十四五”开局之年，我们务必继续办好民生实事，改善民生品质，让民生福祉更有“质感”。

关注群众需求，让民生服务更有“温度”。让民生服务更暖心，关键是将服务做到群众心坎上，着力解决群众“急难愁盼”的问题。从政策制定上，我们应该更关注交通、教育、医疗、就业等民生关切的重点领域，让群众得到更多民生实惠。从政策落实上，我们要推动基层干部深入群众，解决服务的“最后一公里”问题。比如在推进异地搬迁时，基层干部们专为贫困户开办“夜校”，关注其衣食住行的生活小事，搭建起干群“连心桥”。无论是小事急事，还是大事难事，只要关系群众的切身利益，我们就应该有所担当，主动作为，将民生服务做细做实。

依靠群众力量，让民生福祉更有“质感”。办好民生实事，既要坚持一切为了人民，也要铭记一切依靠人民。如果在为民办实事时，缺少了群众的主动参与，那么我们为群众创造的福祉也就少了一份“质感”。引导群众参与，可以创新协商形式，比如通过拉家常，喝茶让群众参与议题探讨；引导群众参与，还可以借力新媒介，比如通过建立微信群让群众监督干部工作；引导群众参与，更应密切联系群众。干群关系紧密，群众自然更愿意配合。总之，美好生活的实现不能依赖党和政府帮着群众奋斗，而是党和政府领着群众奋斗，让民众的幸福感更可持续！

落实成果共享，让人民群众的获得感更足。办好民生实事，不能只关注多数群体的需求，也应重视少数群体，尤其是“沉默的大多数”的利益诉求。比如在社区服务中，个别听力障碍群体因沟通困难，往往得不到贴心的服务，这时就需要社区工作者主动作为，学习基本手语让服务不再有障碍。再比如，一些困难群体虽身陷困境，却不知如何求助，甚至不愿主动求助，这时也需要我们结合大数据精准分析，变“要我服务”为“我送服务”，保证不遗漏一户困难群众。只有让每一个个体都享受到民生红利，群众才能得到“成色”更足的获得感。

人民对美好生活的向往，就是我们的奋斗目标。习总书记话语中浓厚的人民情怀令人触动。“十四五”开局之年，我们正朝着第二个百年目标奋进，唯有继续关注群众需求，依靠群众力量，落实成果共享，我们才能不负百姓期待，才能向全体人民交上一份满意的答卷！

【经典真题 2】（2021 年国考地市级第五题）

“给定资料 1”中说“物无妄然，必由其理”，这句话对提升治理效能有深刻的启示。请你参考给定资料，联系实际，以“‘治’慧”为题，写一篇文章。（35 分）

要求：（1）观点明确，见解深刻；（2）参考“给定资料”，但不拘泥于“给定资料”；（3）思路清晰，语言流畅；（4）字数1000～1200字。

【参考范文】

“治”慧

“物无妄然，必由其理。”任何事物的发展变化都会遵循一定的规律，试图以外力干预规律运行必定徒劳无功。古代如此，新时代亦然。尽管如今我们拥有了更为丰富的治理工具，但逆规律而行的治理仍然是无效的。唯有遵循规律，才能提升治理效能，让治理更“治”慧。

事实上，治理二字就已经暗藏“治”慧。“治”字源于大禹治水，大禹治水的智慧正是化堵为疏，因势利导；而“理”字本指玉器纹路，后引申为发展的规律道理，可见治理之本义就是顺应规律。新时代，治理的范围更宏大，涵盖了社会、生态文明、文化等多重领域，挑战也更为艰巨。但只要尊重并顺应规律，就必能提升治理效能，实现治理能力和治理体系的现代化。

尊重并顺应自然规律，治理之慧在于因地制宜。治理需尊重自然规律，如果合理利用，友好保护自然，绿水青山将成为金山银山；如果无序开发，粗暴掠夺自然，自然的惩罚也将是无情的。而要平衡生态保护和经济发展，因地制宜是关键。一方面，保护生态应因地制宜，做好生态修复；另一方面，开发生态也应因地制宜，盘活生态资源。比如“村寨银行”的成功正是因为因地制宜，探索出适合当地的生产生活方式，实现山绿人富。总之，治理务必遵循自然规律，因地制宜，实现人和自然关系的平衡和发展。

尊重并顺应文化规律，治理需回归群众。鉴于人民对美好生活的需要日益广泛，文化治理在治理中的重要地位也日益凸显。以往在文化治理的过程中，往往出现文化供给和群众需求不匹配，优秀文化在民间传播不广等问题。而要破解这些困局，必须把握文化的发展规律，即任何文化都生长在民间，活跃在民间，变革在民间，唯有回归民间，回归群众，文化治理才能高效。比如现在一些文化职能部门在进行基层文化治理时，从“送文化”到“种文化”，让特色文化在基层留得住，传得开，这就是把握住了文化的生存发展规律，值得借鉴。

尊重并顺应城市运行规律，治理之慧在于与时俱进。新时代的社会治理，尤其是城市的社会治理面临严峻考验，要写好社会治理这张答卷，务必与时俱进，不断更新和提升对城市运行规律的认识。比如要统筹建设和管理，因为城市的运行是一个动态的过程，如果重建轻管，势必会导致城市人行道等公共设施的本质功能得不到充分发挥，影响群众的幸福感。总之，城市是一个运行规律极其复杂的系统，因此治理手段也应与时俱进。比如治理者可借力大数据、人工智能等科技，更精准地把握城市运行规律，让治理更智能更精细。

国之兴衰系于制，民之安乐皆由治。治理之慧在于尊重规律，而治理之道则在于共建共治。要想充分发挥中国之“治”的效能，我们务必在遵循规律的基础上，坚持依靠和发动群众，为实现中华民族伟大复兴开辟康庄大道。